

## Actividade 1

### Polígonos

Construa um triângulo<sup>1</sup>:

- definido por três pontos;
- isósceles, não equilátero;
- rectângulo;
- Em que um dos lados meça 4 unidades e os ângulos adjacentes  $30^\circ$  e  $70^\circ$ .

Construa um quadrilátero (não construa um quadrado!):

- com os quatro lados iguais
- com dois lados adjacentes iguais e os lados opostos paralelos.

## Actividade 2

### Quadriláteros

- Construa um quadrilátero.
- Construa um novo quadrilátero definido pelos pontos médios do quadrilátero inicial. “Pinte” este último com uma cor à sua escolha.
- Movimente os vértices do quadrilátero inicial e observe o comportamento do quadrilátero colorido.
- Meça os quatro lados do quadrilátero colorido. De que tipo de quadrilátero se trata<sup>2</sup>?

---

<sup>1</sup>Depois de construído cada triângulo, movimente cada um dos vértices para verificar se as características pedidas se conservam

<sup>2</sup>Se quiser demonstrar...

### Actividade 3

#### Mais quadriláteros

##### 1. Teorema de Napoleão

- Construa um triângulo  $[ABC]$ , qualquer e, sobre cada um dos seus lados triângulos equiláteros  $[ABP]$ ,  $[BCQ]$  e  $[ACR]$ .
- Construa  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , circuncentros desses triângulos.
- Construa o triângulo  $[XYZ]$ .
- Movimente um dos vértices do triângulo  $[ABC]$ .
- O que dirá o *Teorema de Napoleão*?

##### 2. Quatro bissetrizes

- Construa duas rectas paralelas e uma terceira recta que as intersecte.
- Construa as quatro bissetrizes dos ângulos formados pelas paralelas com a recta secante.
- Construa, e pinte de azul, o quadrilátero definido pelas quatro bissetrizes.
- De que tipo de quadrilátero se trata?
- Como explicar o facto “descoberto” no item anterior?

**Actividade 4**  
**Circunferências ... e não só**

1. Considere um circunferência,  $C$ , de centro  $A$  e um ponto exterior,  $P$  e construa:
  - as rectas tangente a  $C$  que passem pelo ponto  $P$ .
  - duas circunferências tangentes a  $C$  e que passem por  $P$  (uma delas é tangente exteriormente).
2. Utilize uma das construções anteriores para criar um pequeno texto em *Word* (ou outro processador de texto) seguindo os passos:
  - No ecran do Cinderella onde tem a sua construção pressione a tecla “Print Screen”.
  - Abra um ficheiro em Word e, no menu **Editar**, escolha **Colar**.
  - Abra a Barra de Ferramentas **Imagem** que se encontra no menu **Ferramentas - Personalizar**.
  - Recorte a parte da imagem que lhe interessa. Pode, também, alterar a cor, o contraste, ...
  - Elabore um pequeno texto que se adequue à construção.
3. Construa o lugar geométrico dos pontos cuja soma das distâncias a dois pontos fixos (focos) é constante.
4.
  - Construa um ponto,  $A$ , sobre um diâmetro de uma circunferência.
  - Construa a corda que passa por  $A$  e é perpendicular ao diâmetro e sejam  $D$  e  $E$  os seus pontos de intersecção com a circunferência.
  - Construa  $P$ , o ponto médio de  $[DA]$ .
  - Desloque o ponto  $A$  sobre o diâmetro. Que figura lhe parece que  $P$  descreve?
  - Construa e anime o lugar geométrico atrás referido. (Como actividade extra pode provar que se trata, efectivamente, de ...)

### Actividade 5

#### Lugares Geométricos 1

- Construa uma recta AB e um ponto C que pertença ao segmento [AB].
- Defina os segmentos [AB], [AC] e [BC].
- Noutro local do ecran construa dois pontos,  $F_1$  e  $F_2$ , cuja distância seja inferior a  $\overline{AB}$ .
- Construa uma circunferência de centro  $F_1$  e raio  $\overline{AC}$ .
- Construa uma circunferência de centro  $F_2$  e raio  $\overline{BC}$ .
- Construa os pontos de intersecção das duas circunferências.
- Desloque o ponto C sobre a recta AB e observe a figura percorrida pelos pontos de intersecção das circunferências. De que figura se trata? (Justifique a sua convicção)
- Construa, e anime, o lugar geométrico descrito por um dos pontos de intersecção das circunferências quando C se desloca sobre AB.

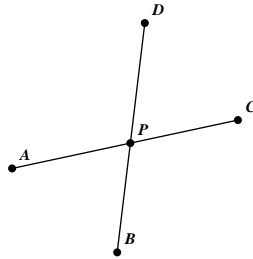
#### Lugares Geométricos 2

- Construa uma recta AB e um ponto C que pertença ao segmento [AB].
- Construa um ponto D que não pertença à recta AB nem à recta que passa por C e é perpendicular a AB.
- Construa E, ponto médio do segmento [DC].
- Construa a mediatriz de [DC]
- Construa a recta que passa por C e é perpendicular a AB.
- Construa F, o ponto de intersecção das duas rectas.
- Compare as distâncias de F a D e de F à recta AB. Desloque o ponto C e verifique se a igualdade se mantém. Como justifica esse facto?
- Que tipo de figura F descreve quando C se desloca? Porquê?
- Construa, e anime, o lugar geométrico descrito por F quando C se desloca em AB.

### Actividade 6

#### 1. Elipse (mais uma construção)

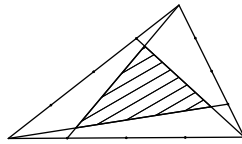
- Considere uma recta auxiliar  $XZ$  e um seu ponto,  $Y$ . Ficam assim definidas duas distâncias  $x = |XY|$  e  $y = |XZ|$ .
- Construa dois pontos  $A$  e  $B$  tais que  $|AB| = x$ .
- Considere um ponto  $C$  na circunferência de centro  $A$  e raio  $y$  (ver figura).
- Construa um ponto  $D$  tal que  $|CD| = x$  e  $|BD| = y$ .
- Seja  $P$  o ponto de intersecção dos segmentos  $[AC]$  e  $[BD]$ .
- Que tipo de curva é descrita pelo ponto  $P$  quando  $C$  percorre a circunferência de centro  $A$  e raio  $y$ ?



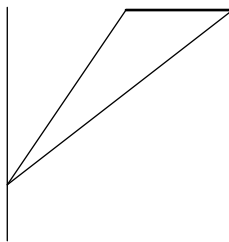
**Actividade 7**

**Esta Matemática só nos dá problemas...**

1. Os lados de um triângulo foram divididos em quatro partes iguais e cada um dos vértices foi unido a um dos novos pontos, formando um novo triângulo, como mostra a figura. Qual é a proporção entre as áreas dos dois triângulos?



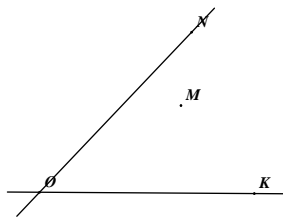
2. Gooooo...? Final do campeonato do Mundo de 2006, Portugal defronta a poderosa equipa do Nepal. Figo corre ao longo da linha lateral à procura do melhor momento para rematar à baliza. Quando o deve fazer?



### Actividade 8

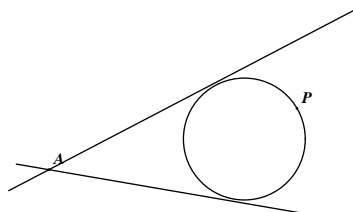
Esta Matemática só nos dá problemas 2...

1. Dado um ângulo com o vértice **inacessível**<sup>3</sup>  $O$ , pontos arbitrários  $N$  e  $K$  em lados diferentes do ângulo, e um ponto  $M$  interior ao ângulo, construa a recta que passa por  $M$  e por  $O$ .



### 2. Problema de Apolónio

Dadas duas rectas concorrentes num ponto  $A$  e um ponto  $P$ , não pertencente a nenhuma das rectas, construa uma circunferência tangente às duas rectas e que passe por  $P$ . (Sugestão: comece por pensar qual é o lugar geométrico dos centros das circunferências tangentes a ambas as rectas)



---

<sup>3</sup>ou seja não o pode seleccionar.

**Actividade 9**  
**O Tesouro Enterrado**<sup>4</sup>

Um velho pergaminho, que descrevia o local de uma ilha onde o pirata Barba Azul enterrara um tesouro, dava as seguintes indicações:

- *na ilha só há duas árvores, A e B, e uma forca, F.*
- *Comece na forca, conte os passos necessários para ir, em linha recta, até à árvore A, rode 90° para a direita e avance o mesmo número de passos.*
- *Coloque um marco no sítio onde parou.*
- *Volte para a forca e vá em linha recta contando os seus passos até à árvore B. Quando lá chegar rode 90° para a esquerda e avance o mesmo número de passos, colocando outro marco no chão, no ponto em que acabar.*
- *Cave no ponto que fica a meio caminho entre os dois marcos e encontrará o tesouro.*

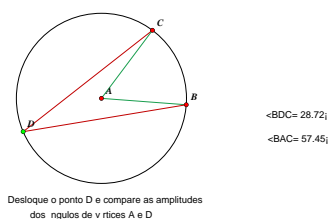
Um jovem aventureiro, que encontrou o pergaminho com estas instruções, fretou um avião e viajou para a ilha. Não teve dificuldade em encontrar as duas árvores mas, para seu grande desgosto, a forca tinha desaparecido e o tempo tinha apagado todos os vestígios que pudessem indicar o local onde ficava.

Será possível, mesmo sem a forca, encontrar o local onde está enterrado o tesouro?

---

<sup>4</sup>in *Matemática, Trigonometria e Números Complexos*, ME, DES, Maio 2000 para a demonstração.





### Actividade 10 - Exportação de um exemplo para a Web

Depois de reproduzir o exemplo da figura grave-o numa pasta do seu disco (ou numa disquete) e, seguidamente crie uma página Web interactiva utilizando o botão “Criar página Web”.



Tenha em atenção que a pasta (ou disquete) onde gravou os ficheiros deverá também conter o ficheiro “cindyrun.jar”, que pode encontrar no CD do Cinderella ou no directório de instalação do Cinderella.

Pode agora utilizar o browser (Netscape 4.08 ou 4.5 ou Internet Explorer 4.0 ou superior) para ver e movimentar o exemplo que criou bastando, para tal, “clique” no ficheiro de extensão html que gravou.

A construção é exportada sempre no modo *mover*, e, por isso, todos os elementos móveis podem ser deslocados. Se não pretender que tal aconteça utilize a opção *Fixar* no *Editor de Aspecto*.

### Actividade 11 - Exportação de uma animação para a Web

Exportar uma animação para a Web é um processo muito semelhante ao anterior. Comece por criar uma animação (repetindo, por exemplo, a que fez no 4º exercício da actividade 4), inicie-a, ajuste a velocidade e utilize o botão de exportação da barra que, entretanto, se abriu, para exportar o ficheiro.

Tal como no caso anterior terá de ter numa mesma pasta os ficheiros de extensão “cdy” e “html” além do ficheiro “cindyrun.jar”. O acesso à animação é feito do modo atrás descrito.



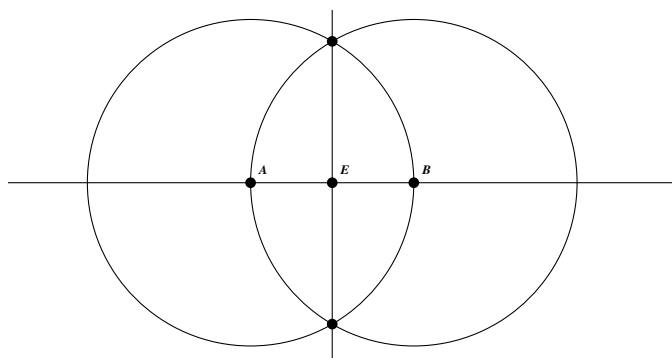


Figura 1: Ponto médio de um segmento

### Actividade 12 - Construção de um Exercício Interactivo

- **Construir a solução** Comece por resolver o exercício interactivo para que o Cinderella possa utilizar a sua resolução na verificação das soluções dos alunos.

Suponha que pretende criar um exercício em que os alunos, usando apenas, régua (rectas) e compasso (circunferência), teriam de determinar o ponto médio de um segmento de recta,  $[AB]$ . Comece por fazer a construção, como na figura 1.

- **Definir o exercício**

1. Abra o **Editor de Exercícios** pressionando o icon respectivo na Barra de Ferramentas.



2. Faça um duplo click em **Input/ Início Exercício**.
3. No **Editor de Exercícios** (Edit Exercise Input/ Editar Enunciado do Exercício) clique em **Edit Tools/ Editar Ferramentas** para escolher as ferramentas que o aluno pode utilizar. Existem algumas pré-definidas mas, se pretender acrescentar ou retirar alguma, faça um duplo click sobre ela.
4. Regresse ao Editar Enunciado de Exercício e preencha os dois primeiros campos (ver figura 2): Nome do Exercício: *Ponto Médio* e o “enunciado”: *Construa o ponto médio de  $[AB]$  usando apenas régua e compasso.*
5. Defina o número de segundos que vai ser necessário esperar para obter a primeira sugestão.

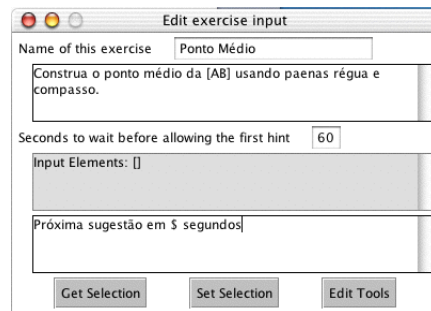


Figura 2: Editar enunciado de Exercício

6. Mantenha todas as janelas abertas, regresse ao Cinderella e seleccione os elementos iniciais (os pontos A e B) e, no Editor de Exercícios, clique em **Get Selection/ Obter Selecção**. (Repare que, entretanto, a indicação dos pontos surge automaticamente no Editar Enunciado de Exercício)
7. Feche o Editar Enunciado de Exercício.

• **Definir a Solução**

1. No **Editor de Exercícios** clique em **Criar Solução/ Add Solution** e faça um duplo clique em *Solução 1*.
2. Na primeira área de texto do Editor de Soluções pode escrever um texto que será exibido quando for pedida uma sugestão (ver figura 3). Se não pretender uma sugestão aqui deve apagar o texto, caso contrário deve substituí-lo pela mensagem pretendida. No presente exemplo substituiremos este texto após definir outras sugestões. Até lá apague-o.

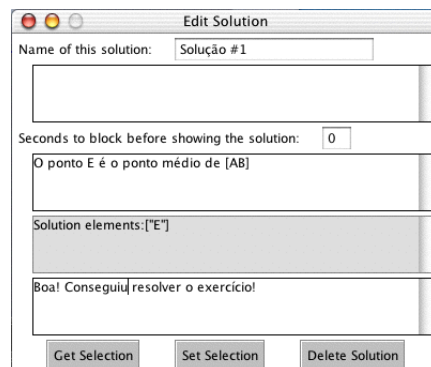


Figura 3: Editar solução

3. Na segunda área de texto escreva a mensagem que será mostrada ao aluno quando a este for fornecida a solução. Deve descrever a situação que mostrará como um exemplo de solução.
4. Na última área de texto escreva a mensagem que será mostrada ao estudante quando ele terminar a resolução do exercício. Deve ser amigável e encorajadora.
5. Tem, ainda, de definir os elementos da solução, neste caso o ponto E. Regresse ao Cinderella, seleccione o ponto E e, novamente no Editar Solução, clique em **Get Selection/ Obter Seleccção**.
6. Se existirem várias soluções para o exercício deverá adicioná-las regressando ao Editor de Exercícios e repetindo os passos anteriores.
7. Pode ainda definir o tempo a esperar antes de ser mostrada a solução.

• **Definir Sugestões**

1. Regresse ao Editor de exercícios, clique em **Add Hint/ Adicionar Sugestão** e faça dois cliques no rectângulo **Hint #1/ Sugestão #1**.
2. A caixa que se abre é muito semelhante à da definição das sugestões (ver figura 4). No nosso exercício as duas circunferências são importantes. Seleccione-as na janela do Cinderella e, no Editor de Sugestões, e clique em **Get Selection/ Obter Seleccção**.
3. Preencha as duas primeiras áreas com o texto que achar apropriado (por exemplo “ Precisa...” e “Estas circunferências ...”).

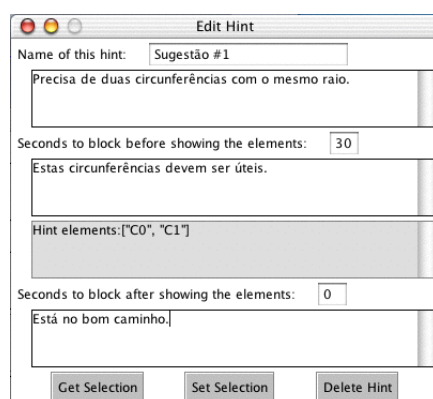


Figura 4: Editar sugestão

4. O primeiro texto será mostrado quando a primeira sugestão for pedida. Quando o aluno pedir outra sugestão as duas circunferências serão criadas, mas só depois de passados 30 segundos após a primeira sugestão.
5. Se pretender dar novas sugestões repita os passos anteriores.

- **Gravação do Exercício e Exportação em HTML**

No Editor de Exercícios clique no icon do canto inferior esquerdo e grave a construção e o código HTML. O ficheiro *cindyrun.jar* tem de estar na pasta onde se encontram os ficheiros do exercício.



- **Aceder ao Exercício**

Para aceder ao exercício basta entrar na pasta onde ele se encontra e clicar no ficheiro de extensão *htm*.

### **Actividade 13 - Exploração do Fórum Cinderella**

- Entre no Fórum *Cinderella* em <http://cinderella.lmc.fc.ul.pt> e registe-se como utilizador(a).
- Explore o fórum. Veja, por exemplo, o exercício do ponto médio de um segmento, Origami, os textos básicos...
- ...no “elevador” à direita seleccione o item triângulos e explore as hipóteses que lhe são dadas.
- ...ou seleccione, simultaneamente, *Problemas* e *Semelhanças*...
- Utilize uma das construções que fez e contribua com um exemplo para o fórum. (em alternativa veja como o pode facilmente fazer)

**Actividades suplementares**

1.
  - Marque um ponto  $D$  sobre a hipotenusa  $BC$  de um triângulo rectângulo  $[ABC]$ .
  - Construa a recta perpendicular a  $[BC]$  que passa em  $D$ .
  - Considere  $R$  e  $S$ , pontos de intersecção da perpendicular em  $D$  com os cateto  $Ab$  e  $AC$ , respectivamente.
  - seja  $P$  o ponto de intersecção das rectas  $BS$  e  $CR$ .
  - Qual o lugar geométrico descrito por  $P$  quando  $D$  percorre a recta  $BC$ ?
  
2.
  - Numa recta auxiliar considere os pontos  $P$  e  $Q$ . Fica assim definida uma distância  $x = |PQ|$ .
  - Construa uma circunferência qualquer,  $C$ , e um ponto  $A$ , sobre essa circunferência.
  - Considere um ponto  $B$  na tangente à circunferência  $C$  no ponto  $A$ , tal que  $|AB| = x$ .
  - Qual a curva descrita pelo ponto  $B$  quando  $A$  percorre  $C$ ?
  - Estabeleça uma relação entre os raios,  $R$  e  $r$ , das circunferências (inicial e obtida no item anterior) e a distância  $x$ .
  
3.
  - Considere dois diâmetros perpendiculares numa circunferência  $C$ .
  - Por uma das extremidades do primeiro diâmetro trace uma corda que intersecta a circunferência num ponto  $B$  e o outro diâmetro num ponto  $A$ .
  - Considere o ponto  $P$ , resultante da intersecção da tangente a  $C$  em  $B$  com a recta que passa em  $A$  e é perpendicular ao segundo diâmetro.
  - Qual o lugar geométrico definido pelos pontos  $P$  quando fazemos variar as cordas definidas no segundo item?