História da Matemática

problemas de
Matemática Pitagórica

1. Mostre que o n-ésimo número triangular se representa algebricamente por

$$T_n = \frac{n(n+1)}{2}$$

2. Determine expressões similares para os números pentagonais e hexagonais.

3. Mostre que se T_n é um número triangular, então $9T_n + 1$ também é um número triangular.

4. Escreva cada um dos números seguintes como soma de três, ou menos, números triangulares:

   (a) 56
   (b) 69
   (c) 185
   (d) 287

5. Verifique que 1225 e 41 616 são simultaneamente quadrados perfeitos e números triangulares.

6. Mostre algebricamente que todo o quadrado perfeito é soma de dois triangulares consecutivos.

7. Um número oblongo é aquele que conta o número de pontos numa disposição rectangular em que os lados têm números consecutivos de pontos.

$$O_1 = 2,\ O_2 = 6,\ O_3 = 12,\ O_4 = 20,\ etc., O_n = n(n+1)$$

   Mostre que

   (a) $O_n = 2 + 4 + \cdots + 2n$.
   (b) Todo o oblongo é soma de dois triangulares iguais.
   (c) $O_n + n^2 = T_{2n}$.
   (d) $O_n - n^2 = n$.

8. Mostre que num terno pitagórico, se um número é ímpar, então dois são ímpares e um é par.

9. Mostre que num terno pitagórico, se o elemento maior for divisível por 4, os outros também são.

10. Mostre que num terno pitagórico, se o elemento maior for divisível por 3, os outros também são.

11. Exiba cinco triplos pitagóricos usando a fórmula

$$\left(n, \frac{n^2-1}{2}, \frac{n^2+1}{2}\right)$$

   para valores ímpares de n e cinco triplos pitagóricos usando a fórmula

$$\left(m, \left(\frac{m}{2}\right)^2 - 1, \left(\frac{m}{2}\right)^2 + 1\right)$$

   para valores pares de m.

12. Mostre que $\sqrt{3}$ é incomensurável com 1.