

ELEMENTOS
DE
EUCLIDES.



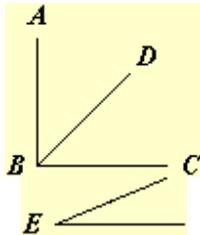
DOS SEIS PRIMEIROS LIVROS,
DO
UNDECIMO E DUODECIMO
DA
VERSÃO LATINA
DE
FREDERICO COMMANDINO

COIMBRA
Imprensa da Universidade.
1855.

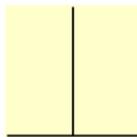
Definições

- I. Ponto é o, que não tem partes, ou o, que não tem grandeza alguma.
- II. Linha é o, que tem comprimento sem largura.
- III. As extremidades da linha são pontos.
- IV. Linha recta é aquella, que está posta igualmente entre as suas extremidades.
- V. Superfície é o, que tem comprimento e largura.
- VI. As extremidades da superfície são linhas.
- VII. Superfície plana é aquella, sobre a qual assenta toda uma linha recta entre dous pontos quaesquer, que estiverem na mesma superfície.
- VIII. Angulo plano é a inclinação reciproca de duas linhas, que se tocam em uma superfície plana, sem estarem em direitura uma com a outra.
- IX. Angulo plano rectilineo é a inclinação reciproca de duas linhas rectas, que se encontram, e não estão em direitura uma com outra.

Se alguns angulos existirem no mesmo ponto B, cada um delles vem indicado com tres letras do alfabeto; e a, que estiver no vertice do angulo, isto he, no ponto, no qual se encontram as rectas, que formam o angulo, se põe no meio das outras duas; e destas uma está posta perto de uma das ditas rectas, em alguma parte, e a outra perto da outra linha. Assim o angulo feito pelas rectas AB, CB representar-se-ha com as letras ABC, ou CBA; o angulo formado pelas rectas AB, DB, com as letras ABD, ou DBA; e o angulo que fazem as rectas DB, CB, com as letras DBC, ou CBD. Mas, se um angulo estiver separado de outro qualquer, poder-se-ha marcar com a mesma letra, que estiver no vertice, como o angulo no ponto E.



- X. Quando uma linha recta, caindo sobre outra linha recta, fizer com esta dous angulos eguaes, um de uma, e outro de outra parte, cada um destes angulos eguaes se chama angulo recto; e a linha incidente se diz perpendicular á outra linha, sobre a qual cae.



- XI. Angulo obtuso é o, que é maior, que o angulo recto.

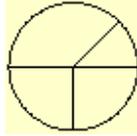


- XII. Angulo agudo é o, que é menor, que o angulo recto.



- XIII. Termo se diz aquillo, que é extremidade de alguma cousa.
- XIV. Figura é um espaço, fechado por um ou mais termos.

XV. Circulo é uma figura plana, fechada por uma só linha, a qual se chama circunferencia: de maneira que todos as linhas rectas, que de um certo ponto existente no meio da figura, se conduzem para a circunferencia, são eguaes entre si.



XVI. O dicto ponto se chama centro do circulo.

XVII. Diametro do circulo é uma linha recta, que passa pelo centro, e que se termina por ambas as partes na circunferencia.

XVIII. Semicirculo é uma figura, comprehendida entre o diametro e aquella parte da circunferencia do circulo, que é cortada pelo diametro.

XIX. Segmento de circulo é uma figura, comprehendida entre uma linha recta e uma porção da circunferencia.

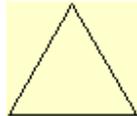
XX. Figuras rectilineas são as, que são formadas com linhas rectas.

XXI. As trilateras são aquellas, que são formadas com tres linhas rectas.

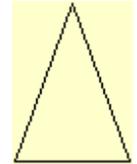
XXII. As quadrilateras são aquellas, que são feitas por quatro linhas rectas.

XXIII. As multilateras são as, que são feitas por mais de quatro linhas rectas.

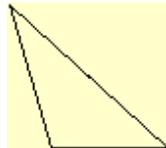
XXIV. Entre as figuras trilateras o triangulo equilatero é o, que tem os tres lados eguaes.



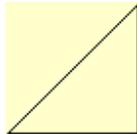
XXV. Triangulo isosceles é o, que tem dous lados eguaes.



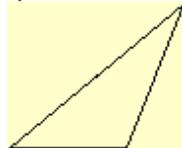
XXVI. Triangulo scaleno é o, que tem os tres lados desiguaes.



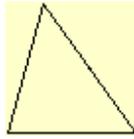
XXVII. Triangulo rectangulo é o, que tem um angulo recto.



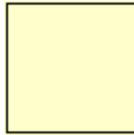
XXVIII. Triangulo obtusangulo é o, que tem um angulo obtuso.



XXIX. O triangulo acutangulo é o, que tem todos os angulos agudos.



XXX. Entre as figuras quadrilateras o quadrado é o, que é junctamente equilatero e rectangulo.



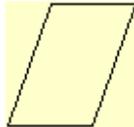
XXXI. E a figura, que de uma parte for mais comprida, pode ser rectangula, mas não equilatera.



XXXII. Mas o rhombo é uma figura equilatera, e não rectangula.



XXXIII. Rhomboide é uma figura, que, tendo os lados opostos eguaes, nem é equilatera nem equiangulara.



XXXIV. Todas as mais figuras quadrilateras, que não são as referidas, se chamam trapezios.

XXXV. Linhas paralelas ou equidistantes são linhas rectas, que existindo no mesmo plano, e sendo produzidas de ambas as partes, nunca se chegam a tocar.



Axiomas

- I. As cousas, que são eguaes a uma terceira, são eguaes entre si.
- II. Se a cousas eguaes se junctarem outras eguaes, os todos serão iguaes.
- III. E, se de cousas eguaes se tirarem outras eguaes, os restos serão iguaes.
- IV. E, se a cousas deseguaes se ajunctarem outras eguaes, os todos serão deseguaes.
- V. E, se de cousas deseguaes se tirarem cousas eguaes, os restos serão deseguaes.
- VI. As quantidades, das quaes cada uma por si faz o dobro de outra quantidade, são eguaes.
- VII. E aquellas, que são ametades de uma mesma quantidade, são tambem eguaes.
- VIII. Duas quantidades, que se ajustam perfeitamente uma com outra, são eguaes.
- IX. O todo é maior do que qualquer das suas partes.
- X. Duas linhas rectas não comprehendem espaço.
- XI. Todos os angulos rectos são eguaes. [Postulado 4]
- XII. E se uma linha recta, encontrando-se com outras duas rectas, fizer os angulos internos da mesma parte menores que dous rectos, estas duas rectas, produzidas ao infinito concorrerão para a mesma parte dos dictos angulos internos.
[Postulado 5]

Estes sinaes = , > , < , de que os Mathematicos usam frequentemente, servem para maior brevidade.

O sinal = significa, que o primeiro termo é igual ao segundo.

> Que o primeiro termo é maior que o segundo.

< Que o primeiro termo é menor que o segundo.

Assim $A = B$ significa, que A é igual a B.

$A > B$ que A é maior que B.

$A < B$ que A é menor que B.

Postulados

- I. Pede-se como cousa possivel, que se tire de um ponto qualquer para outro qualquer ponto uma linha recta.
- II. E que uma linha recta determinada se continue em direitura de si mesma, até onde seja necessario.
- III. E que com qualquer centro e qualquer intervallo se descreva um circulo.

PROPOSIÇÕES

- I. Sobre uma linha recta determinada descrever um triangulo equilatero.
- II. De um ponto dado tirar uma linha recta igual á outra recta dada.
- III. Dadas duas linhas rectas deseguaes, cortar da linha maior uma parte igual á linha menor.
- IV. Se dous triangulos tiverem dous lados eguaes a dous lados, cada um a cada um; e os angulos, comprehendidos por estes lados, forem tambem eguaes, as bases e os triangulos, e os mais angulos, que são oppostos a lados eguaes, serão tambem eguaes.
- V. Em qualquer triangulo isosceles os angulos, que estão sobre a base, são eguaes; e produzidos os lados eguaes, os angulos, que se formam debaixo da base, são tambem eguaes.
- VI. Se dous angulos de um triangulo forem eguaes, os lados, oppostos a estes angulos eguaes, serão tambem eguaes.
- VII. Sobre a mesma base e da mesma parte não se podem construir dous triangulos diferentes, que tenham os outros lados eguaes; isto é, os dous, que partem de um mesmo termo da base e os outros dous, que partem do outro, não podem ser eguaes.
- VIII. Se dous triangulos tiverem dous lados eguaes a dous lados, cada um a cada um, e as bases tambem eguaes, os angulos, comprehendidos pelos lados eguaes, serão tambem eguaes.
- IX. Dividir em duas partes eguaes um angulo rectilineo dado.
- X. Dividir em duas partes eguaes uma linha recta de um comprimento dado.
- XI. De um ponto dado em uma linha recta dada levantar uma perpendicular sobre a mesma recta dada.
- XII. Conduzir uma perpendicular sobre uma linha recta dada indefinita de um ponto dado fóra d'ella.
- XIII. Uma linha recta, cahindo sobre outra linha recta, faz com esta, ou dous angulos rectos, ou dous angulos eguaes a dous rectos.
- XIV. Se um ponto de uma linha recta qualquer concorrerem de partes oppostas duas rectas, fazendo com a primeira recta os angulos adjacentes eguaes a dous rectos, as rectas, que concorrem para o dito ponto, estarão em direitura uma da outra.

XV. Se duas linhas rectas reciprocamente se cortarem, farão os angulos verticalmente oppostos eguaes entre si.

XVI. Produzido um lado qualquer de qualquer triangulo, o angulo externo sempre é maior, que cada um dos angulos internos e oppostos.

XVII. Dous angulos de um triangulo qualquer, tomados de qualquer modo, que se quizer, são menores que dous rectos.

XVIII. Em qualquer triangulo o lado maior oppõe-se ao angulo maior.

XIX. Em qualquer triangulo o angulo maior fica opposto ao lado maior.

XX. Em qualquer triangulo dous lados, tomados de qualquer modo que se quizer, são maiores que o terceiro.

XXI. Se sobre os extremos de um lado de um triangulo estiverem postas duas rectas dentro do mesmo triangulo, estas serão menores que os outros dous lados do triangulo, mas comprehenderão um angulo maior do que o angulo, que fica opposto ao lado, sobre cujos extremos estão postas as dictas rectas.

XXII. Construir um triangulo com tres linhas rectas eguaes a tres outras dadas, entre as quaes duas, tomadas como se quizer, sejam sempre maiores que a terceira.

XXIII. Em um ponto de uma linha recta dada formar um angulo rectilineo dado.

XXIV. Se dous triangulos tiverem dous lados eguaes a dous lados, cada um a cada um, e um dos angulos comprehendidos pelos lados eguaes for maior, e o outro menor; a base, que estiver opposta ao angulo maior, será maior que a outra base opposta ao angulo menor.

XXV. Se em dous triangulos forem dous lados de um eguaes a dous lados de outro, cada um a cada um, e for a base de um triangulo maior que a base do outro; aquelle dos angulos comprehendidos pelos lados eguaes, que ficar opposto á base maior, será maior que o outro opposto á base menor.

XXVI. Se em dous triangulos dous angulos de um forem eguaes a dous angulos do outro, cada um a cada um, e um lado do primeiro igual a um lado do outro, e forem estes lados ou adjacentes, ou oppostos a angulos eguaes; os outros lados dos dous triangulos serão eguaes aos outros lados, cada um a cada um; e tambem o terceiro angulo será igual ao terceiro.

XXVII. Se uma recta, cortando outras duas rectas, fizer com ellas os angulos alternos eguaes: as mesmas duas rectas serão parallelas.

XXVIII. Se uma recta cortar outras duas, e fizer o angulo externo igual ao interno e opposto da mesma parte; ou tambem os dous internos da mesma parte eguaes a dous rectos; as mesmas rectas serão parallelas.

XXIX. Uma linha recta, que corta duas rectas parallelas, faz os angulos alternos eguaes entre si; o angulo externo igual ao interno e opposto da mesma parte, e finalmente os internos da mesma parte eguaes a dous rectos.

XXX. As linhas rectas, que são parallelas a uma mesma linha recta, são parallelas entre si.

XXXI. De um ponto dado conduzir uma linha recta parellela a outra linha recta dada.

XXXII. Em todo o triangulo produzido um lado qualquer, o angulo externo é igual aos dous internos e oppostos; e os tres angulos internos de um triangulo são eguaes a dous rectos.

XXXIII. As rectas, que da mesma parte estão postas entre as extremidades de duas outras rectas eguaes e parallelas, são tambem eguaes e parallelas.

XXXIV. Os lados e os angulos oppostos dos espaços formados com linhas parallelas, ou parallelogrammos, são eguaes; e todo o espaço parallelogrammo, fica dividido pela diagonal em duas partes eguaes.

XXXV. Os parallelogrammos, que estão postos sobre a mesma base, e entre as mesmas parallelas, são eguaes.

XXXVI. Os parallelogrammos, que estão postos sobre bases eguaes, e entre as mesmas parallelas, são eguaes.

XXXVII. Os triangulos, que estão postos sobre a mesma base, e entre as mesmas parallelas, são eguaes.

XXXVIII. Os triangulos, que estão sobre bases eguaes, e entre as mesmas parallelas, são eguaes.

XXXIX. Os triangulos eguaes postos sobre a mesma base, e da mesma parte, estão entre as mesmas parallelas.

XL. Os triangulos eguaes postos sobre bases eguaes, e da mesma parte, estão entre as mesmas parallelas.

XLI. Se um parallelogrammo e um triangulo estiverem sobre a mesma base, e entre as mesmas parallelas; o parallelogrammo será o dobro do triangulo.

XLII. Construir um parallelogrammo, que seja igual a um triangulo dado, e que tenha um angulo igual a outro angulo dado.

XLIII. Em qualquer parallelogrammo os complementos dos parallelogrammos, que existem ao redor da diagonal, são eguaes entre si.

XLIV. Sobre uma linha recta dada construir um parallelogrammo igual a um triangulo dado, e que tenha um angulo igual a outro angulo rectilineo dado.

XLV. Construir um parallelogrammo igual a uma figura rectilinea qualquer dada, e com um angulo igual a outro angulo dado.

XLVI. Sobre uma linha recta dada descrever em quadrado.

XLVII. Em todo o triangulo rectangulo o quadrado feito sobre o lado opposto ao angulo recto, é igual aos quadrados formados sobre os outros lados, que fazem o mesmo angulo recto.

XLVIII. Se o quadrado feito sobre um lado de um triangulo for igual aos quadrados dos outros dous lados; o angulo comprehendido por estes dous lados será recto.