

Na época do califa Harun ar-Rashid, celebrado nas Mil e uma Noites, foi fundada uma grande Biblioteca em Bagdade que teve continuação na fundação da Casa da Sabedoria. Muitos sábios árabes por lá passaram, traduzindo para árabe grandes obras gregas. No entanto, os árabes não se limitaram a copiar, contribuindo com novos olhares e novas aplicações para o saber existente.

O jogo do Surakarta, com mais de 400 anos, é um parente distante das Damas e talvez do Xadrez, onde a regras da captura, baseadas nas múltiplas curvas do tabuleiro, é extremamente original.

10 Livros, 10 Regiões, 10 Jogos para aprender e divertir-se

Grécia - Petteia 10/07/08

China - Xiang-Qi 17/07/08

Babilónia - Ur 24/07/08

Egipto - Senet 31/07/08

Índia - Shaturanga 07/08/08

Japão - Shogi 14/08/08

África - Bao 21/08/08

Indonésia - Surakarta 28/08/08

América Pré-colombiana - Awithlakkannai 04/09/08

Europa - Hex 11/09/08

FICHA EDITORIAL

Título Indonésia - Surakarta

Autor Carlos Pereira dos Santos, João Pedro Neto, Jorge Nuno Silva

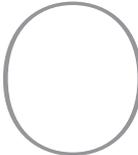
Revisão Edimpresa - Carla Monteiro

Impressão e acabamento Norprint

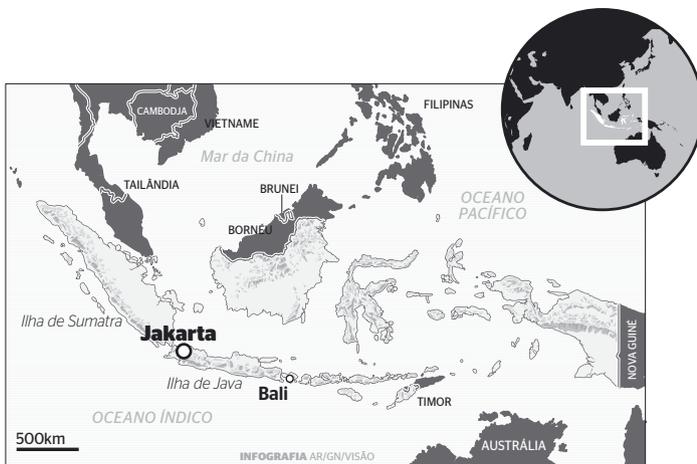
Data de impressão Julho 2008

Depósito Legal 278363/08

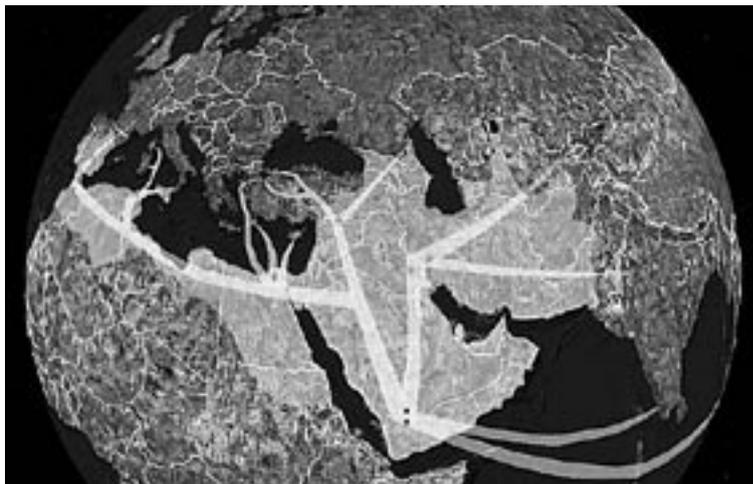
A Matemática Árabe

 Islão é uma religião monoteísta criada por Maomé no séc. VII d.C. Os sucessores deste profeta, usualmente denominados califas, em breve iniciaram uma política expansionista, espalhando a língua árabe e o Islão. Em 633, iniciam uma série de invasões pelo Norte de África. O Oriente também não escapa à invasão do Islão, que se estende para lá da Índia. Em 711, atravessam Gibraltar e invadem a Península Ibérica.

Em 732, a derrota imposta por Carlos Martel em França impediu a sua conquista da Europa.



Mapa da Indonésia



Expansão do Islão

Ao olhar para o mapa, o leitor pode perceber a razão pela qual a matemática árabe aparece nesta colecção associada a um jogo de tabuleiro da Indonésia...

No reinado do califa Harun al-Rashid (786-808), celebrado nas *Mil e Uma Noites*, foi fundada uma grande biblioteca em Bagdade, onde foram guardados manuscritos provenientes do Império Bizantino. Quando o califa morreu, o seu filho mais novo, Al-Mamum sucedeu-lhe, após uma luta fratricida. Al-Mamum continuou a obra do pai, fundando a Casa da Sabedoria no local da biblioteca. A Casa da Sabedoria era uma espécie de academia, em que se fazia a tradução de textos diversos, especialmente gregos e indianos, dispunha de um observatório astronómico muito avançado para a época e incorporava eminentes sábios na procura de novos saberes.



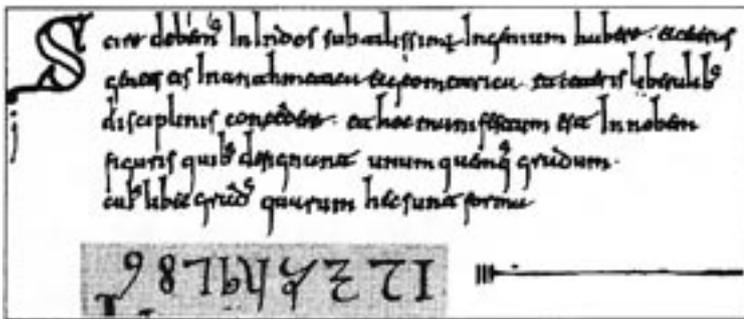
Casa da Sabedoria, no estado actual

Neste contexto, surge o matemático Muhammad ibn-Musa al-Kwarizmi (780-850). Tendo trabalhado na Casa da Sabedoria no período de Al-Mamum, deixou obras em aritmética, álgebra, astronomia, geografia e sobre o calendário.



Estátua de Al-Kwarizmi em Teerão, no Irão

O sistema decimal hindu foi um dos primeiros a incorporar o zero e está na base do nosso sistema actual. O matemático Al-Kwarizmi escreveu sobre o sistema decimal hindu, permitindo que este se espalhasse pelo mundo árabe. O Ocidente não foi tão expedito a adoptar o zero. A aceitação de um símbolo para o zero como parte integrante de um sistema de numeração não é um processo tão fácil como pode parecer à primeira vista.

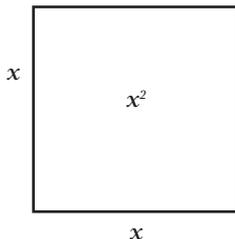


Detalhe retirado de *Codex Vigilanus* (976 d.C., Norte de Espanha).
 Uma das primeiras ocorrências conhecidas dos numerais hindu-árabes
 na Europa Ocidental

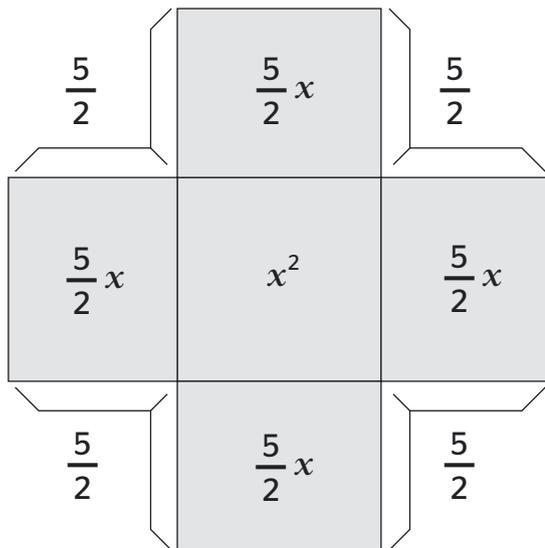
Nesta obra, embora não recorrendo a símbolos modernos, Al-Kwarizmi trata da resolução de equações lineares e quadráticas, resolução essa que passa pela redução a um dos casos seguintes:

1. Quadrados iguais a raízes ($ax^2=bx$)
2. Quadrados iguais a números ($ax^2=c$)
3. Raízes iguais a números ($bx=c$)
4. Quadrados e raízes iguais a números ($ax^2+bx=c$)
5. Quadrados e números iguais a raízes ($ax^2+c=bx$)
6. Raízes e números iguais a quadrados ($bx+c=ax^2$)
(as letras a , b e c representam números positivos genéricos)

Repare-se na interessante forma utilizada por Al-Kwarizmi para encontrar a solução positiva de $x^2+10x=39$. Começa-se por representar um quadrado com lado medindo x (para mais fácil compreensão, estamos a utilizar uma incógnita, x , mantendo o método fiel ao utilizado por Al-Kwarizmi).



Em seguida, calculando a quarta parte de $10x$, constrói-se o seguinte esquema:



Por construção, a área escura é igual a x^2+10x , que se sabe ser igual a 39. Completando a figura com quadrados nos cantos, que têm lados de medida igual a $\frac{5}{2}$ e área igual a $\frac{25}{4}$, fica-se com o último esquema seguinte:

$\frac{25}{4}$	$\frac{5}{2}x$	$\frac{25}{4}$
$\frac{5}{2}x$	x^2	$\frac{5}{2}x$
$\frac{25}{4}$	$\frac{5}{2}x$	$\frac{25}{4}$

Somando 39 com $4 \times \frac{25}{4}$, fica-se a saber que o quadrado total tem área igual a 64 e lado igual a 8. Por outro lado, sabe-se que a aresta do quadrado é igual a $\frac{5}{2} + x + \frac{5}{2}$ (que, somando, dá $x + 5$). Desta maneira, subtraindo 5 a 8, ficamos a saber que $x = 3$.

Para se perceber bem a importância do trabalho árabe para a construção do edifício matemático, convém mencionar a matemática grega e o nome de Euclides. Por volta de 300 a.C., Euclides organizou o conhecimento matemático grego na sua obra *Elementos*. Trata-se de um livro dividido em 13 capítulos (que se chamavam livros) e é uma das obras mais lidas de sempre, tendo a sua abordagem definido o processo dedutivo do desenvolvimento matemático dos últimos dois milénios.



Euclides de Alexandria (360 a.C. - 295 a.C.)

Um dos papéis fundamentais da ciência árabe foi o de «não deixar cair» a tradição grega. Foram feitas diversas cópias e traduções para árabe dos clássicos gregos. Grandes vultos, como Apolónio, Arquimedes, Euclides, Ptolemeu, etc., conseguiram desta maneira ter os seus trabalhos vivos até hoje.

No entanto, e esse é um ponto fundamental, os árabes não se limitaram a copiar, contribuindo com novos olhares e novas aplicações do excelente trabalho grego. Terminaremos este pequeno texto dedicado à matemática árabe com um exemplo ilustrativo desse facto.

Um matemático muito importante, ligado à Casa da Sabedoria, foi Abu-Kamil (850-930) designado de «calculador egípcio». Repare-se como este tratou um dos seis casos encontrados na *Álgebra* de Al-Kwarizmi, relativo à resolução de equações algébricas.

Pretendendo resolver a equação $x^2+21=10x$, comece-se por ter em conta a proposição V do livro II de Euclides (que neste texto apresentamos sem demonstração):

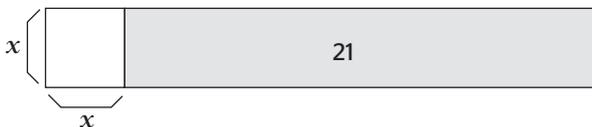
Considere-se um segmento de recta $[AB]$ em que C é o seu ponto médio e D é arbitrário no segmento $[CB]$.



Relativamente a este esquema, Euclides apresentou a prova de que:

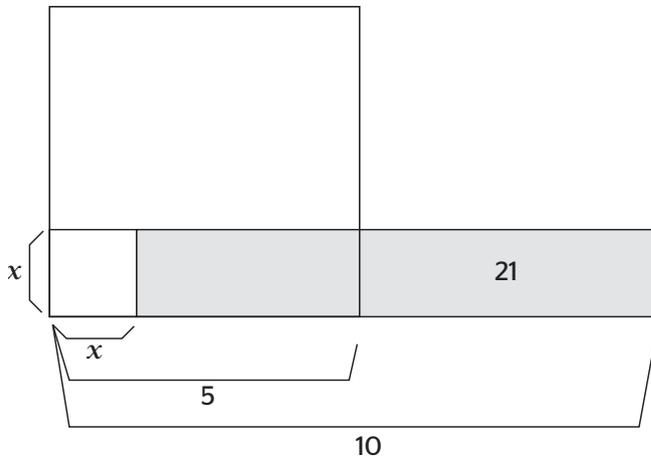
$$\overline{AD} \times \overline{DB} + \overline{CD}^2 = \overline{CB}^2 \quad (1)$$

Vejamos agora como Abu-Kamil aplica este resultado para encontrar uma das duas soluções da equação em causa. Começa por considerar um quadrado com lado igual à medida desconhecida x (e, portanto, com área igual a x^2) e junta-lhe um retângulo com altura x e área igual a 21. Fica-se com um esquema geométrico da quantidade x^2+21 :

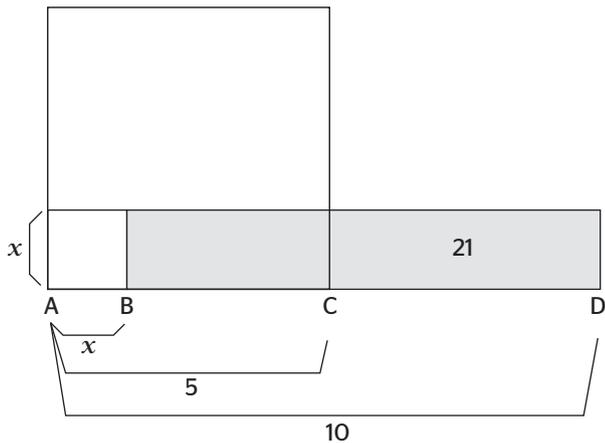


⁽¹⁾ O leitor pode consultar mais informação em <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/java/elements/elements.html>

Como se sabe que x^2+21 é igual a $10x$, fica claro que a base deste retângulo tem de ser 10 . Junte-se o ponto médio da base e construa-se um quadrado cujo lado seja determinado por uma extremidade da base e por esse ponto médio. Nesse momento, a figura passa a ser a seguinte:



Coloquem-se algumas referências na figura de forma a entender bem o passo final:



Utilizando o resultado de Euclides, temos:

$$\overline{AB} \times \overline{BD} + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$$

Acontece que dois destes valores são já conhecidos: $\overline{AC}^2 = 25$ e $\overline{AB} \times \overline{BD} = 21$. Sendo assim, $\overline{BC}^2 = 25 - 21 = 4$ e, portanto, $\overline{BC} = 2$. Como a medida x é igual a $\overline{AC} - \overline{BC}$, vem que x é igual a $5 - 2 = 3$.

Este exemplo é excelente para mostrar o processo de avanço na exploração científica em que é fundamental partir do conhecimento já existente, mantendo a mente aberta a novas aplicações, refinamentos e eventuais críticas.

Surakarta

Surakarta é uma cidade na Indonésia, na província de Java Central e ligeiramente a sul do Equador, onde habitam cerca de meio milhão de pessoas, é banhada pelo rio Solo, o maior da ilha de Java (sendo este o nome que os locais costumam, hoje em dia, chamar à sua cidade). Foi uma capital da província holandesa, no século XVIII, tendo sido ocupada pelos japoneses durante a Segunda Guerra Mundial.

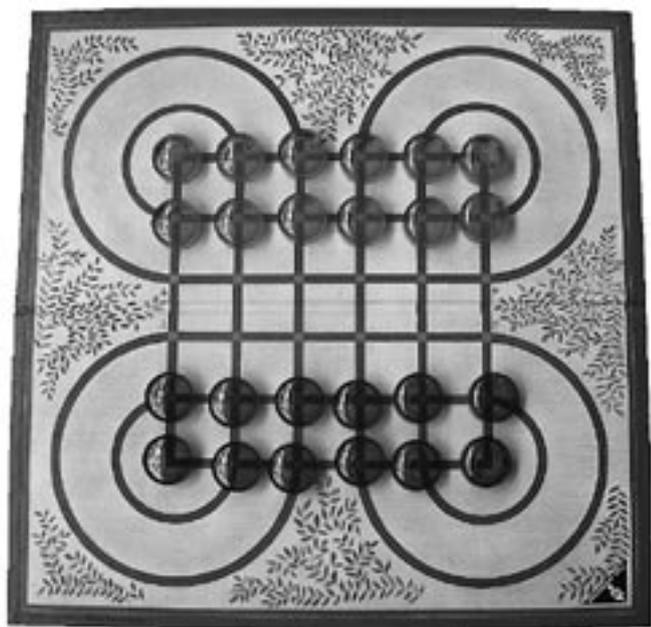


O mapa da Indonésia (Surakarta está localizada no círculo)

A Indonésia possui vários jogos tradicionais que são igualmente jogos matemáticos (isto é, sem elementos de sorte nem informação escondida). Existem jogos de *Mancala*, onde se destaca o *Congklak* (também chamado, entre outros nomes, *Dakon*), jogos de captura assimétrica como o *Machanan* que é uma variante dos jogos da raposa e das ovelhas, muito comuns nos países asiáticos do Índico.

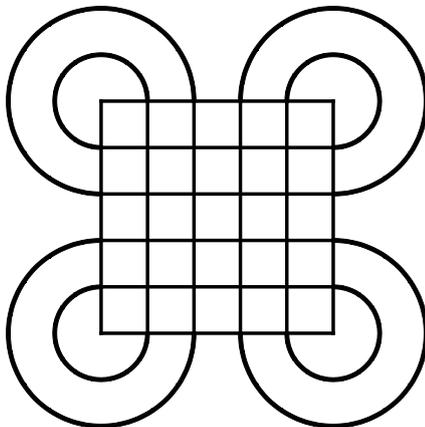
Na ilha de Java existe um outro jogo tradicional, possivelmente jogado desde o século XVI, com o mesmo nome da cidade de Surakarta, de que iremos apresentar as regras. É um jogo que talvez seja derivado do antigo jogo do *Alquerque* (onde as peças são todas iguais, joga-se nas intersecções e existem movimentos diagonais, tendo sido apresentado no 9.º volume da colecção anterior, *Jogos com História*). Com algumas características do *Xadrez* (as peças movem-se como o Rei e a captura é por substituição, ou seja, a peça que captura move-se para a casa da peça capturada). Porém, o critério exigido para que uma captura seja legal é muito original se não mesmo único no mundo dos jogos de tabuleiro e dos jogos matemáticos.

Como este jogo foi tradicionalmente jogado apenas numa região do mundo, as suas regras não possuem variantes, ao contrário do que acontece com outros jogos clássicos (como as *Damas*, os *Mancala*, ou mesmo o *Xadrez*).



As regras do Surakarta

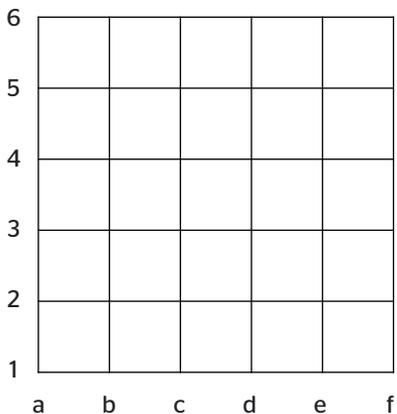
O *Surakarta* joga-se num tabuleiro constituído por um quadrado e mais duas linhas fechadas, cada uma contendo quatro curvas circulares, que resulta no seguinte tabuleiro:



As múltiplas intersecções destas linhas resultam numa área de jogo de seis linhas por seis colunas (as peças são colocadas nas intersecções e não dentro dos quadrados). As curvas servem para o movimento, mas não são usadas como casas onde as peças do jogo podem permanecer.

Para a descrição dos movimentos e das peças deste jogo, usaremos as coordenadas linha/coluna que identificam cada intersecção do tabuleiro (de forma similar ao *Xadrez*).

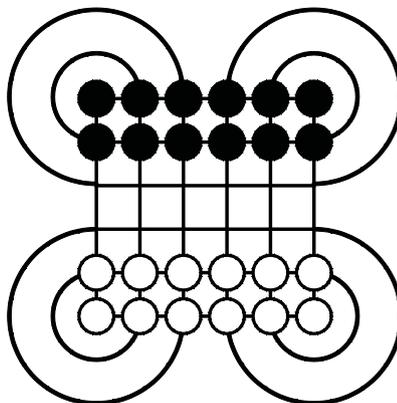
Não são precisas coordenadas para identificar as curvas.



Devido ao formato do tabuleiro, as coordenadas não irão aparecer nos restantes diagramas deste texto, devendo-se consultar este diagrama para identificar, em caso de dúvida, onde se encontram as intersecções descritas.

Da mesma forma que no *Xadrez*, para descrever o movimento sem captura de uma peça em *a5* para *b5* escreve-se *a5-b5*. Se ocorrer uma captura escreve-se *a5:b5*.

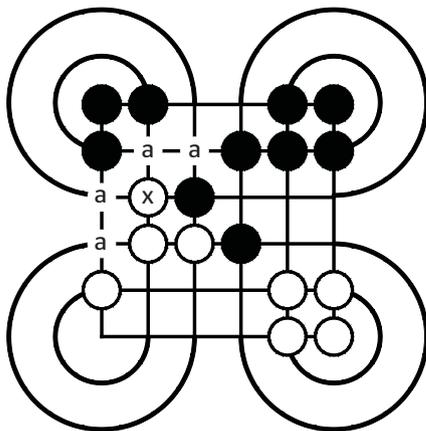
Cada jogador possui doze peças, sendo colocadas nas respectivas duas primeiras linhas da área de jogo:



Em cada jogada, cada jogador move uma peça sua.

Cada peça pode mover-se para uma casa qualquer adjacente na horizontal, na vertical ou na diagonal, desde que essa casa esteja vazia. É legal mover-se para a frente, para trás, ou para os lados.

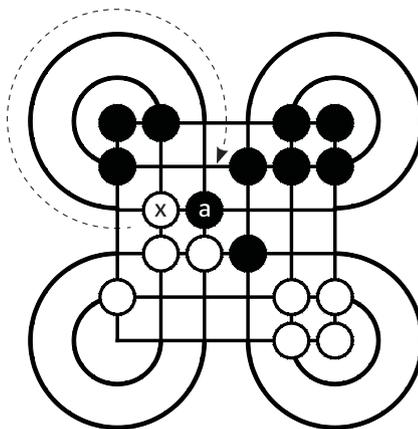
Um exemplo de movimento. O diagrama seguinte mostra as casas para onde a peça branca em b4 (marcada com x) se pode movimentar:



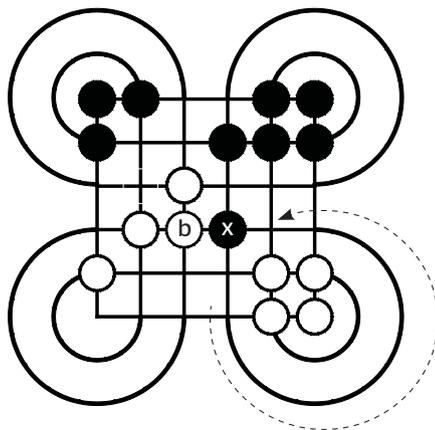
As peças podem igualmente capturar peças adversárias se ao mover-se ao longo de uma ou mais linhas curvas, e não encontrando outras peças pelo caminho, conseguem chegar à casa da peça adversária. A peça capturada é removida do tabuleiro.

As capturas não são obrigatórias e apenas se pode capturar uma peça em cada lance.

No mesmo tabuleiro do diagrama anterior, a peça em *b4* pode capturar a peça em *c4* porque pode deslizar pela curva maior do canto superior esquerdo e, assim, mover-se para a casa onde a peça negra se encontra:



As peças servem de impedimento à captura de outras peças porque impedem o acesso às curvas. Por exemplo, a mesma peça branca não pode capturar a peça negra, duas linhas acima, em *b6*, porque não chega a entrar numa curva. Também não pode capturar a peça negra em *a5* porque a peça em *b6* impede-lhe o acesso à curva pequena.



Este segundo exemplo mostra que a peça que se move não impede o seu próprio movimento. Ela pode passar, durante o movimento de captura, pela casa onde se encontrava antes do lance se iniciar.

Objectivo do *Surakarta*

Ganha o jogador que capturar todas as peças do adversário.

Notas sobre o *Surakarta*

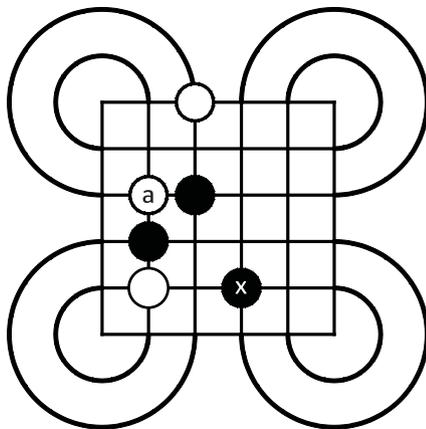
Este é um jogo tradicional bem pensado, sem falhas óbvias nas suas regras e na dinâmica das partidas.

É possível que o primeiro jogador tenha uma ligeira vantagem pela iniciativa de se colocar para os melhores lugares do tabuleiro, mas as diferenças de habilidade dos dois jogadores são a principal característica que determina quem ganha e quem perde.

O critério de captura (a navegação pelas curvas do tabuleiro) parecerá pouco claro para o iniciante que esquece frequentemente linhas de ataque adversário. Mas, ao fim de umas partidas, esta forma inesperada de capturar torna-se familiar para os jogadores.

Muitas das intersecções ocorrem sobre as duas curvas, o que significa a existência de vários caminhos de ataque e defesa.

É possível atravessar mais do que uma curva para capturar a peça desejada.

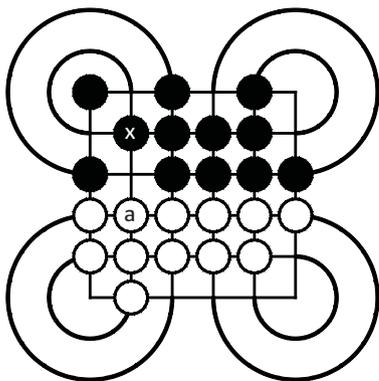


Neste tabuleiro, a peça negra marcada com $[x]$ consegue capturar a peça branca marcada com $[a]$ atravessando três curvas. Consegue descobrir como?⁽²⁾

⁽²⁾ A primeira curva é a do canto inferior direito, pela linha interior. Seguindo pela mesma linha, faz-se a curva superior direita e finalmente a curva superior esquerda.

Não é possível criar estruturas defensivas inexpugnáveis. Por exemplo, no seguinte tabuleiro, as Brancas tentam impedir o acesso às suas peças, criando um muro e deixando apenas uma peça na primeira linha para se poderem mover para trás e para a frente (ou seja, o jogador estaria a tentar criar um impasse para negociar um empate).

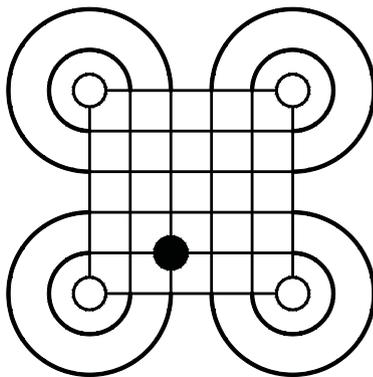
Porém, as Negras moveram *b4* para *b5* e criaram um ataque da peça negra *x* à peça branca *a* através da curva pequena:



Além disso, todas as três peças negras na 5.^a linha podem usar a mesma curva para atacar peças brancas na 2.^a coluna. Este é um ataque muito forte que as Brancas terão dificuldade em sustentar.

Os cantos, por não estarem sobre nenhuma linha curva, são locais seguros, não podendo essas peças serem capturadas. Porém, não vale a pena aproveitar os cantos para deixar lá peças.

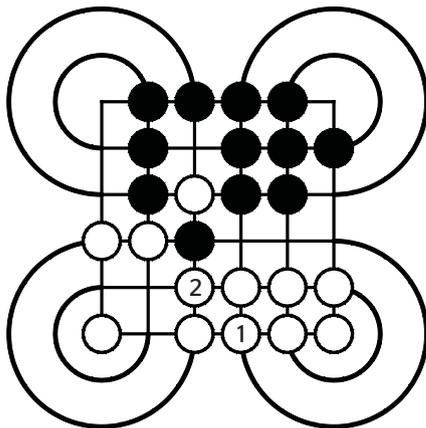
Seja o seguinte exemplo extremo. As Brancas, apesar da vantagem material, como têm todas as suas quatro peças nos cantos do tabuleiro, perderam a partida. Cada movimento de uma peça sua levará à sua captura pela peça negra, pois esta encontra-se sobre a linha curva onde as peças brancas têm de se deslocar a seguir:



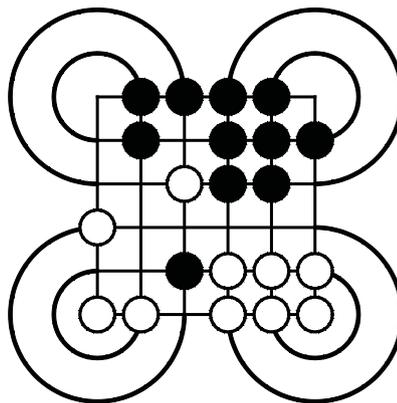
Os cantos podem não ser sujeitos a capturas, mas também não capturam. Isto dá uma indicação que os cantos não são propriamente posições muito interessantes para colocar as nossas peças.

As capturas normalmente acontecem em seqüência, havendo trocas consecutivas de peças pela conquista de uma casa. Estas trocas requerem planeamento da parte do jogador que as inicia – e do jogador que as aceita –, tanto para evitar perder peças no fim do combate como para criar uma situação mais frágil no outro lado do tabuleiro, de forma a manter a iniciativa e procurar a vitória (porque as peças do adversário vão-se deslocando e desprotegendo outras áreas do tabuleiro).

Neste seguinte exemplo, são as Negras a jogar. As trocas vão ocorrer entre as intersecções 1 e 2.



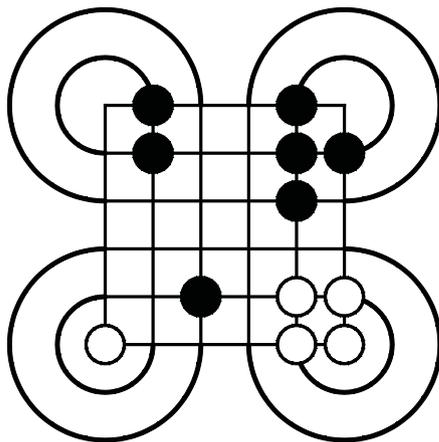
As Negras jogam 1...c3:d1 e as Brancas respondem com 2.b3:d1.
 A partida prossegue com 2...b4:c2 3.c1-b1 (ver diagrama seguinte):



O objectivo das Brancas com este movimento é a libertação da curva grande para usar d1 e d2 para atacar c2. Devido a este objectivo, segue-se uma violenta batalha pela casa c2.

- | | |
|----------|-------|
| 3... | c6:c4 |
| 4. a3:c2 | c4:c2 |
| 5. d1:c2 | d4:c2 |
| 6. d2:c2 | d5:c2 |
| 7. b1:c2 | d6:c2 |

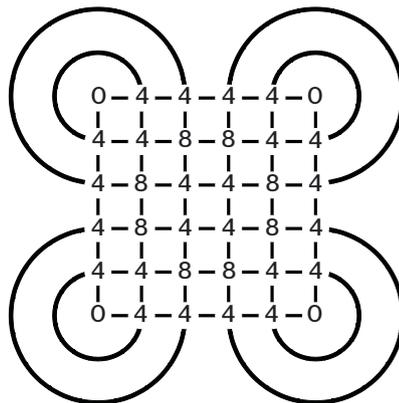
Após estes lances, obtemos o seguinte tabuleiro:



No fim de todas estas trocas, as Negras obtiveram uma posição material muito vantajosa que deve garantir a sua vitória.

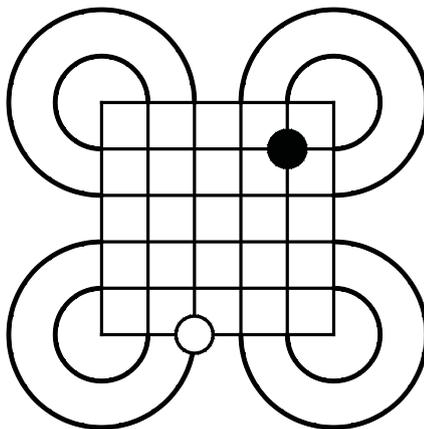
Pelas perdas de material que não se repõem, é extremamente importante que um jogador de *Surakarta* prepare bem os seus ataques, baseados em trocas, e tente evitar os ataques adversários, atacando noutra local, mesmo que para isso tenha de sacrificar uma ou mais peças.

Como este mecanismo de trocas é muito importante no desenrolar das partidas, interessa escolher bem a posição onde colocar as peças. Vejamos o grau de acesso às curvas que cada intersecção possui na situação ideal do resto do tabuleiro estar vazio:



Há oito intersecções, adjacentes ao centro do tabuleiro, que detêm a maior mobilidade. São as intersecções que dão acesso às duas linhas do *Surakarta* e que permitem as capturas (ou seja, as intersecções onde estas duas linhas se cruzam). Estas intersecções são, em geral, posições importantes para deter e defender. Pela mesma razão, estas casas podem ser atacadas de todos os lados, sendo, por isso, normalmente, os focos das batalhas do *Surakarta*.

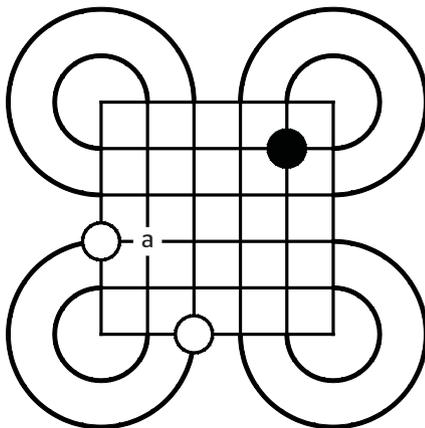
É possível que ocorram fins de jogo equilibrados onde não é possível obter um vencedor. Na seguinte posição, nenhum jogador quer atacar o outro, porque isso significaria a derrota:



Um dos jogadores controla as curvas pequenas, o outro controla as curvas grandes. À exceção dos cantos – a ida para um deles representaria igualmente uma derrota imediata –, todas as casas estão ou controladas pela peça branca ou pela peça negra. As Negras mover-se-ão entre *e5*, *e6* e *f5*. As Brancas entre *c1* e *d1*. A partida não sairá deste impasse.

Numa situação destas, os jogadores devem acordar um empate entre si, e iniciar nova partida.

Ainda nos fins de jogo, se se chegar a uma situação de duas peças contra uma, o jogador com vantagem material tem, na maioria dos casos, o jogo ganho. O jogador com as duas peças força a vitória se dominar uma das curvas e o outro jogador estiver no canto ou na outra curva. Vejamos um exemplo:



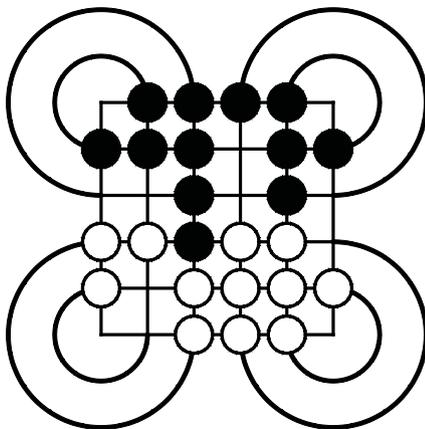
As Brancas podem forçar a vitória se colocarem uma das suas peças numa das intersecções partilhadas pelas duas curvas (por exemplo, para a intersecção *a*). As Negras, neste caso, não podem fugir (ir para o canto, como vimos, não é solução). Se capturarem a peça branca, a peça negra será capturada, no lance seguinte, pela restante peça branca, dado estar agora no seu raio de acção.

Uma partida

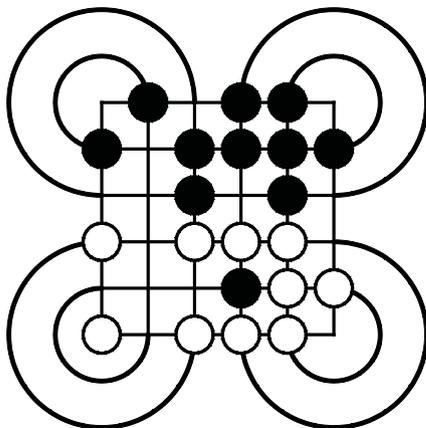
Vamos observar uma partida-exemplo para consolidar as regras do *Surakarta*.

Partindo da posição inicial, seguem-se os primeiros lances:

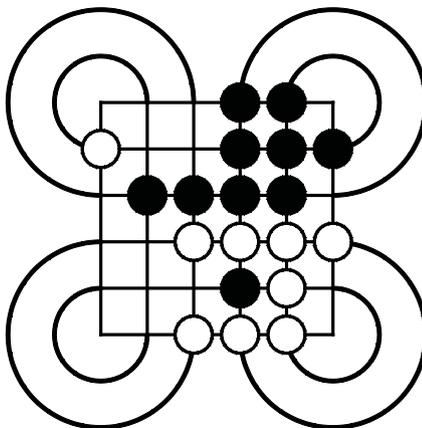
1. *b2-a3* *f5-e4*
2. *a1-b2* *b5-c4*
3. *e2-e3* *a6-b5*
4. *f1-e2* *f6-f5* *Os jogadores retiraram todas as peças dos cantos.*
5. *b2-b3* *c4-c3* *Um avanço Negro no campo adversário.*
6. *c2-d3* *d5-c4*
7. *b1-c2* *As Brancas preparam um ataque na curva menor com a2 e b3.*



- | | | |
|-----------|-------|---|
| 7... | c6-d5 | |
| 8. a2-a1 | c3-b2 | <i>O motivo para o 5.º lance negro: bloquear o ataque branco.</i> |
| 9. c2-c3 | b2:d2 | <i>Antes do retirar da peça branca de b3, as Negras atacam.</i> |
| 10. b3:d2 | b5:d2 | <i>Observámos uma pequena batalha em d2.</i> |



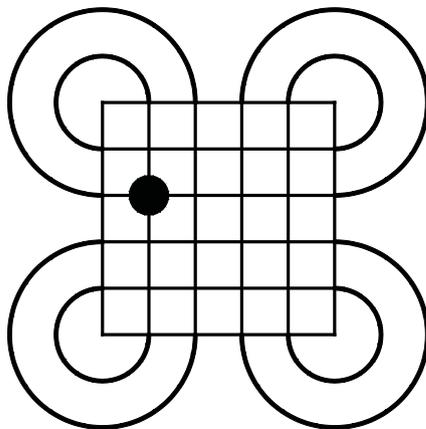
- | | | |
|-----------|-------|---|
| 11. a1-b2 | b6-b5 | As Brancas bloqueiam a fuga da peça d2. |
| 12. f2-f3 | c5-d4 | |
| 13. a3-a4 | a5-a4 | Uma incursão branca a território negro. |
| 14. b4-a5 | b5:a5 | Uma troca simples de duas peças. |
| 15. b2:a5 | a4-b4 | Um convite negro para uma grande troca. |



- | | |
|-----------|-------|
| 16. a5:b4 | c4:b4 |
| 17. c3:b4 | d5:b4 |
| 18. c1:b4 | e5:b4 |
| 19. d3:b4 | f5:b4 |
| 20. e3:b4 | e6:b4 |
| 21. f3:b4 | e4:b4 |
| 22. d1:b4 | d2:b4 |
| 23. e2:b4 | d4:b4 |
| 24. e1:b4 | d6:b4 |

O convite é aceite pelas Brancas.

Dezoito peças capturadas nesta sequência final (!).



As Negras ganham, assim, a partida. O problema das Brancas foi terem insistido nesta grande sequência de trocas, partindo de uma desvantagem numérica (tinham nove peças contra as dez peças negras), consequência do que aconteceu entre o nono e o décimo lance.

