Teoria dos Jogos

http://jnsilva.ludicum.org/TJ/TJ1920/tj1920.html

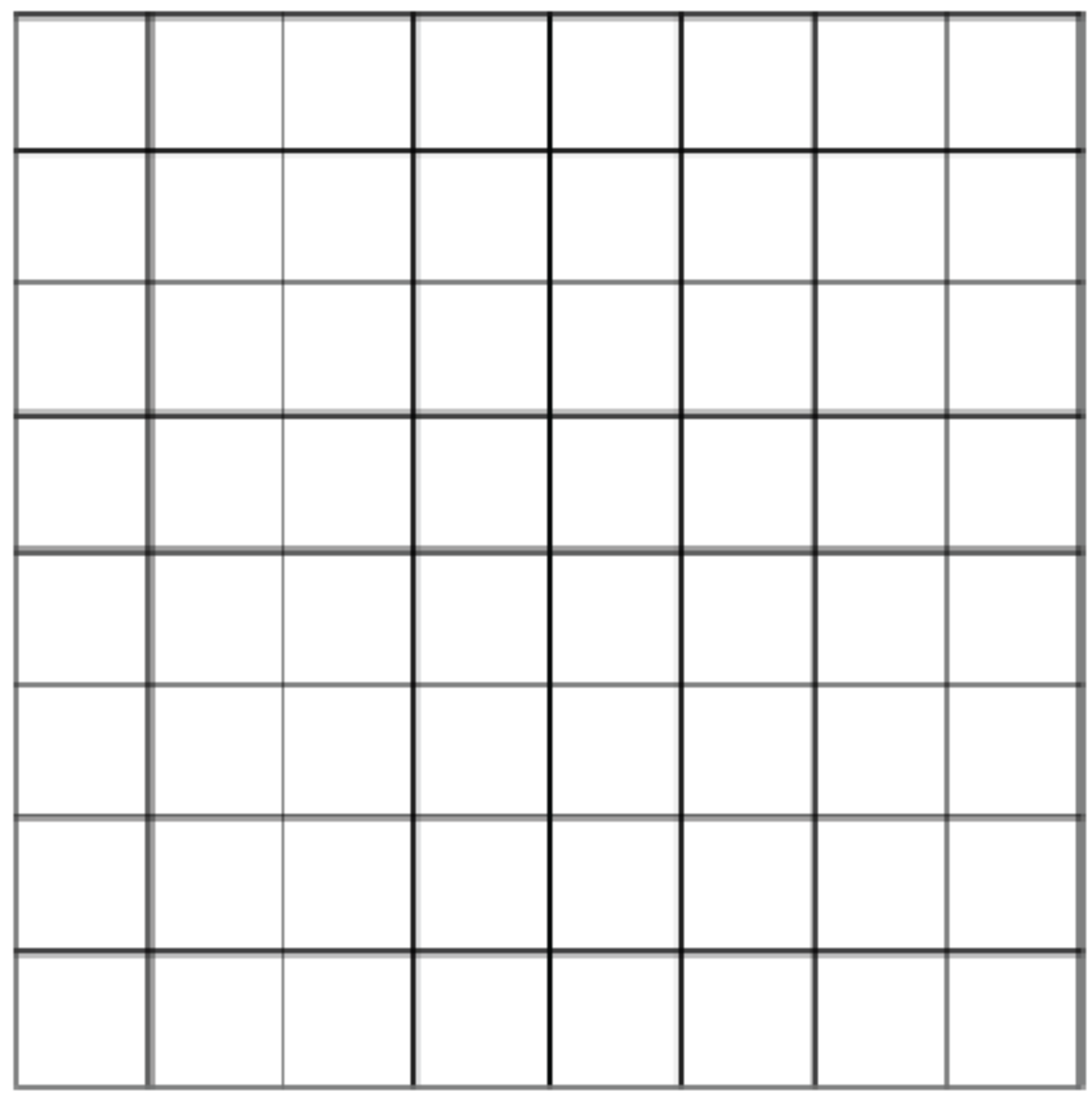
Jogos para dois.

Jogadas alternadas.

Jogadas simultâneas.

Jogadas alternadas.

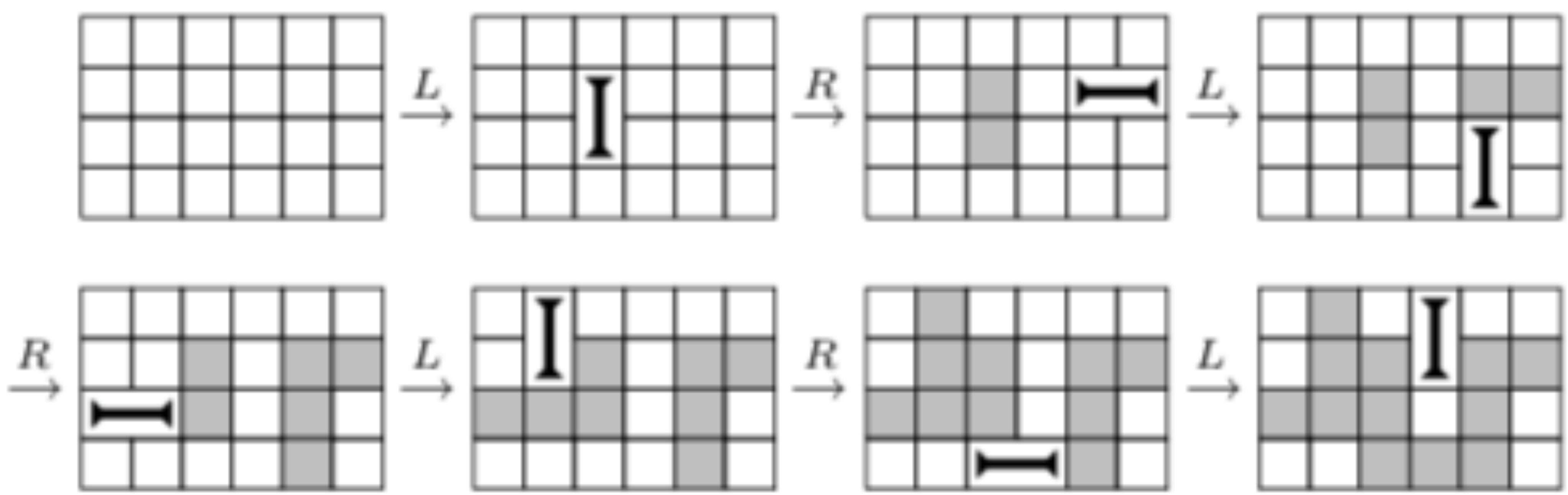
Dominório

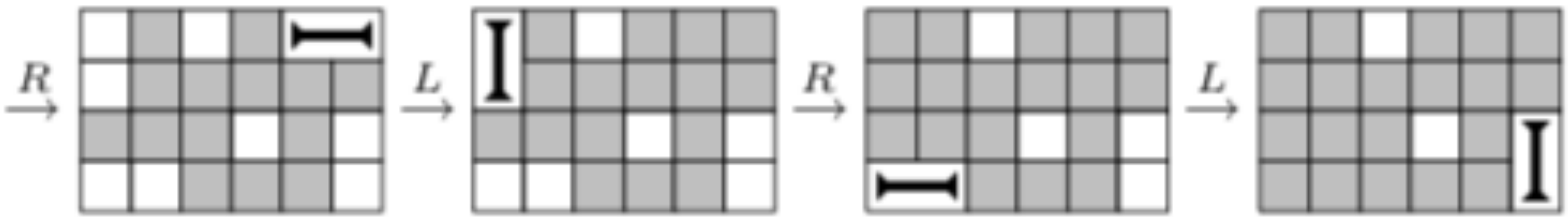


Os dois jogadores alternam colocando um dominó 2x2 no tabuleiro, sem sobreposições. Quem não tiver mais espaço para jogar, perde.

Um jogador só usa dominós verticais, o outro só usa dominós horizontais.

Os jogadores têm nomes tradicionais: L e R. L é vertical e R é horizontal.





Jogar!

Como jogar a posição?

Nota: os jogos partem-se em pedaços!

TJC é isto mesmo: a arte de ser esperto a jogar.

Jogos combinatórios:

2 jogadores
jogadas alternadas
não há sorte nem informação escondida
quem não puder jogar perde
finitos

TJC estuda jogos combinatórios (e alguns outros...)

Esquerdo Direito

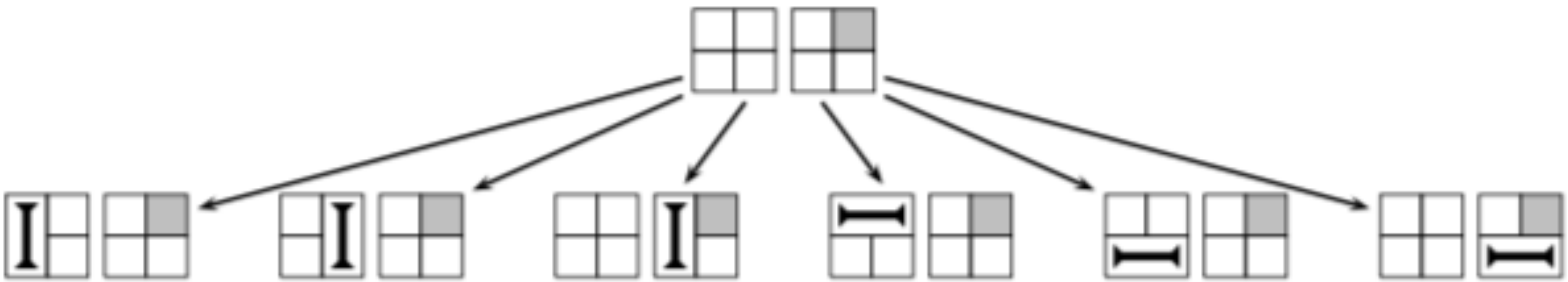
Luísa
+
Negro
Azul
Vertical
Ela

<table>
<tr><th>Left</th><th>Right</th></tr>
<tr><td>Louise
Positive
bLack
bLue
Vertical
Female</td><td>Richard
Negative
White
Red
Horizontal
Male</td></tr>
<tr><td colspan="2">Green
Gray</td></tr>
</table>

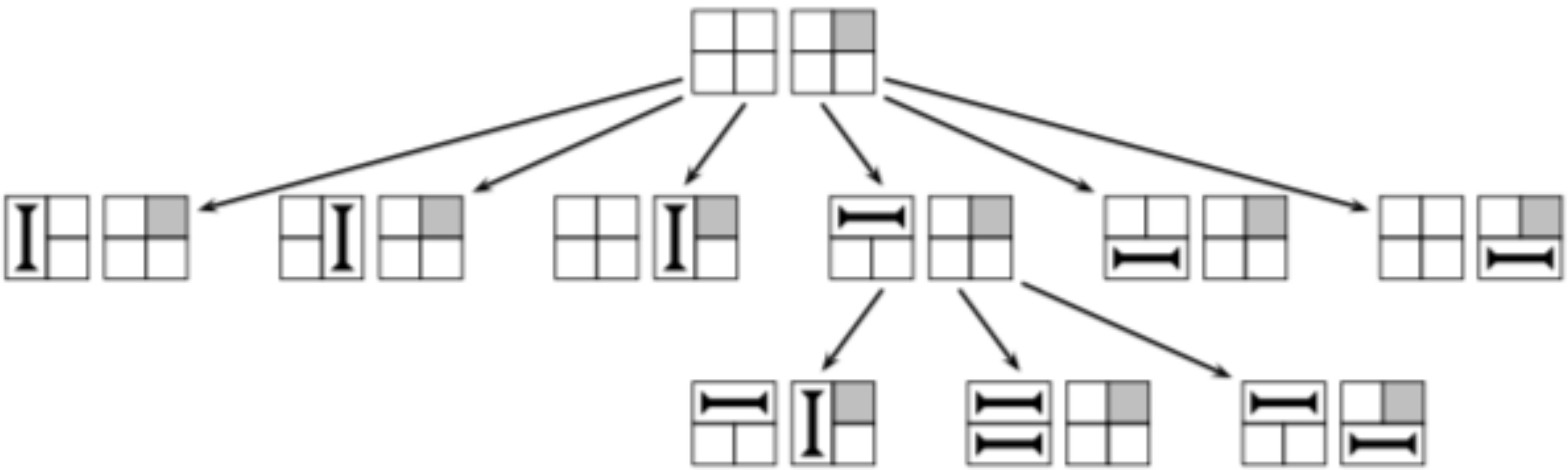
Ricardo
-
Branco
Vermelho
Horizontal
Ele

Cinzento
Verde

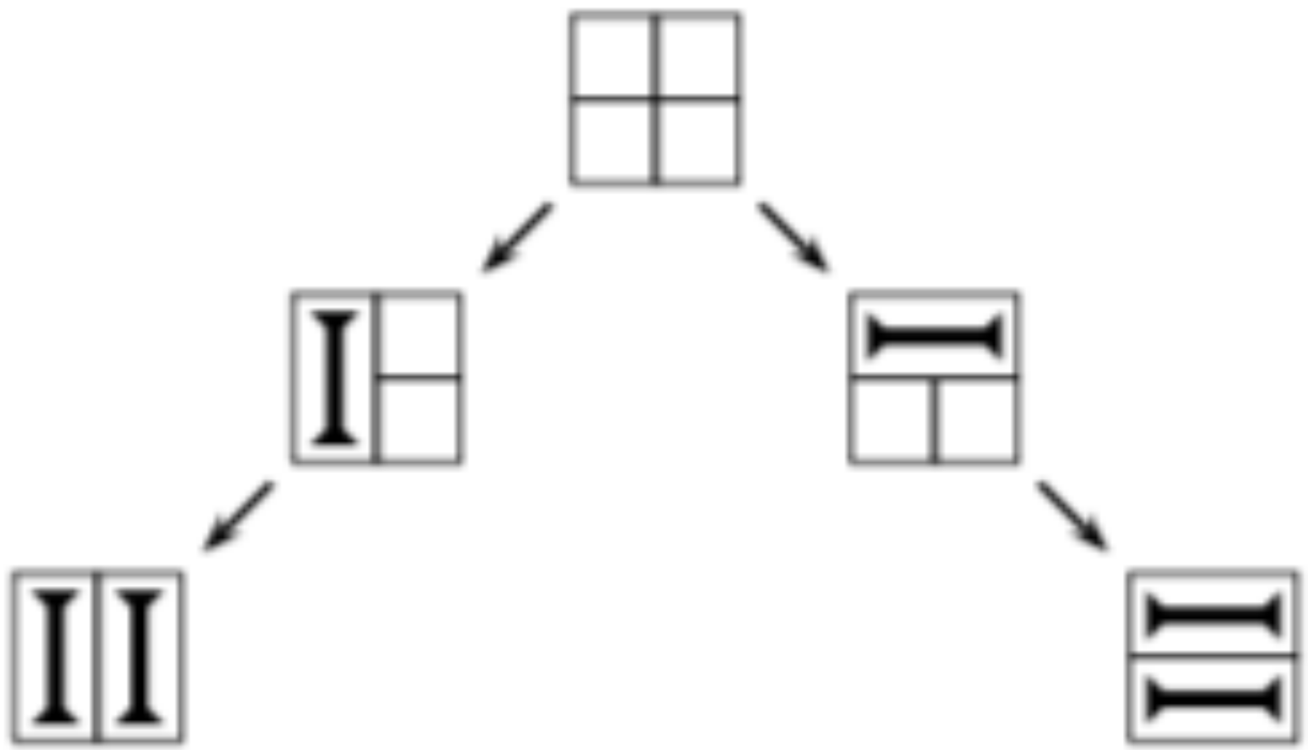
árvore de opções



com mais opções

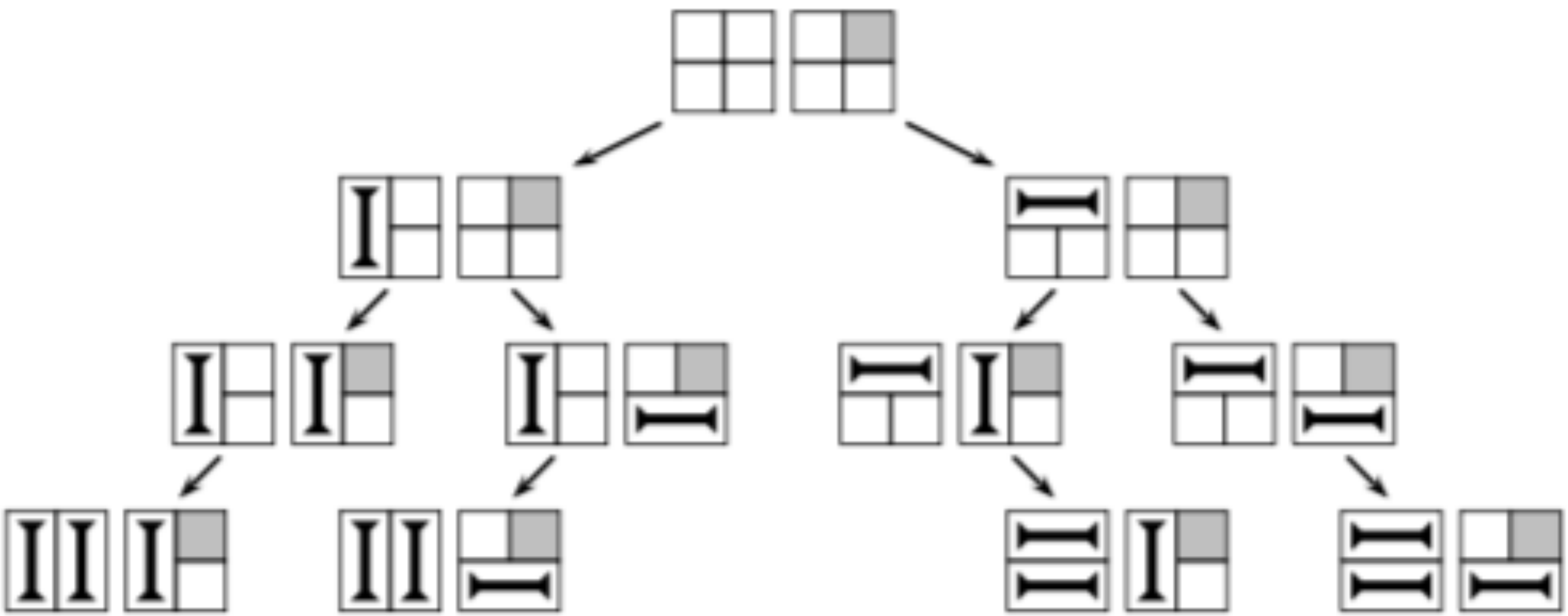


a árvore do quadrado



Relembrar que os jogos se partem em pedaços, pelo que podem ocorrer jogadas consecutivas do mesmo jogador.

podemos omitir as **opções dominadas:**



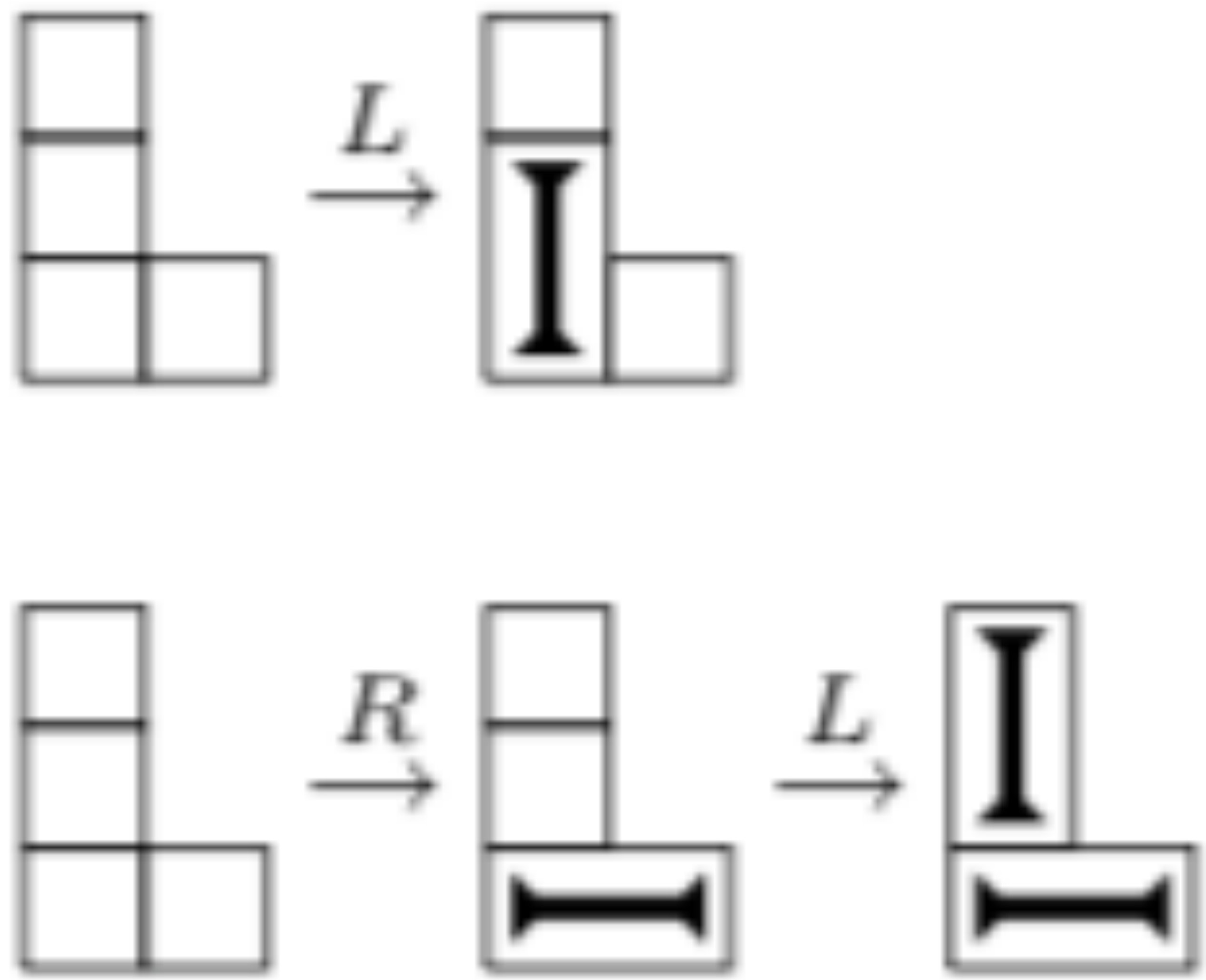
Jogos imparciais são aqueles em que o que um jogador pode fazer, o outro também pode. Isto é, as opções são iguais.

CRAM: igual ao DOMINÓRIO, mas ambos podem colocar peças horizontais e verticais.

Consideremos a posição

Em CRAM, ganha o primeiro:

E em DOMINÓRIO?

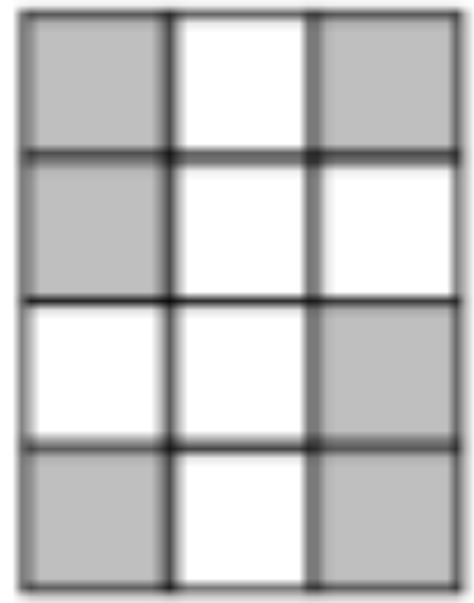


Left ganha sempre!

TJC tenta descobri como jogar bem. Tenta também saber quem é que ganhará, assumindo que ambos os jogadores jogam sem falhas.

Uma **estratégia vencedora** é uma sequência de jogadas, eventualmente dependendo das do adversário, que garante a vitória final.

Considere o seguinte jogo.



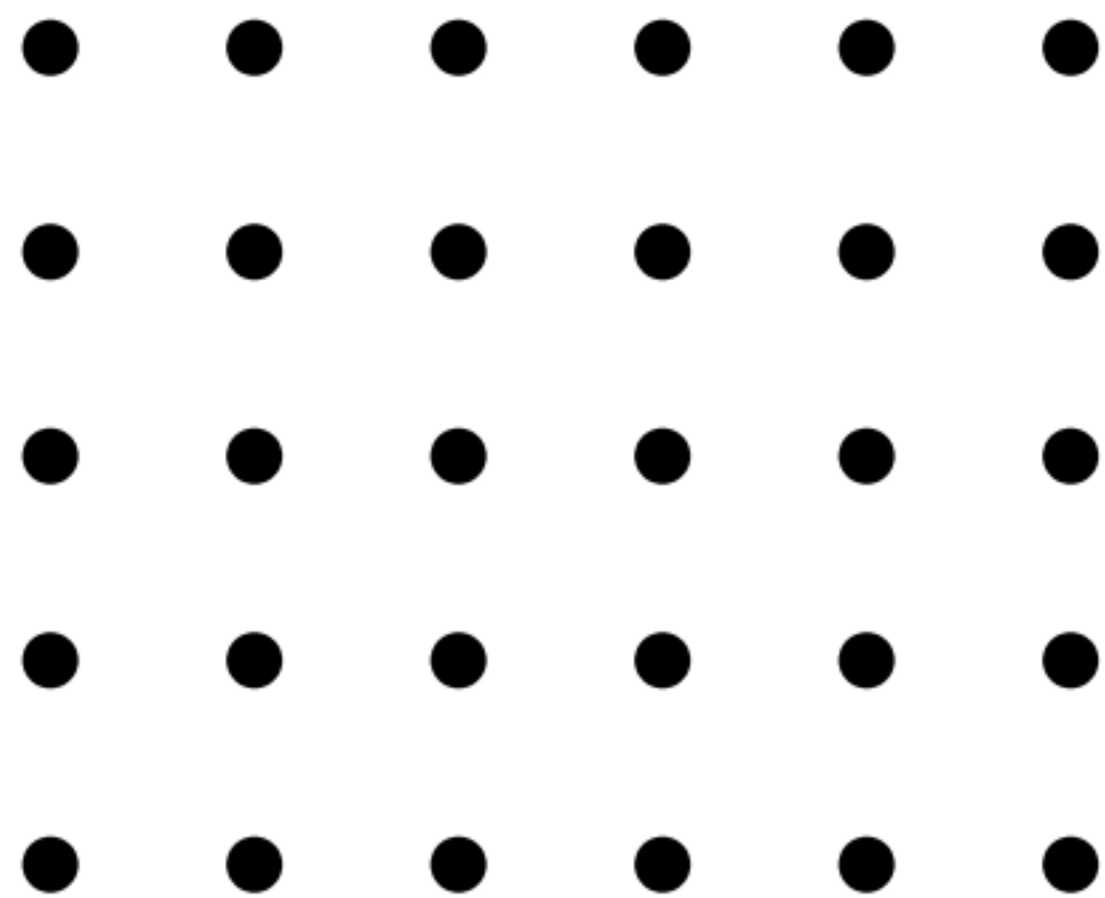
1. Construa as árvores, considerando as regras do CRAM e do DOMINÓRIO.

2. Quem ganha em DOMINÓRIO se Vertical jogar primeiro? E se for o Horizontal a começar? Quem ganha em CRAM?

Gula

No jogo TIRAR SMARTIES, cada jogador, no seu turno, pode tirar o número de smarties que quiser de um pacote, desde que sejam todos da mesma cor. É claro que o objectivo consiste em tirar o maior número possível de smarties.

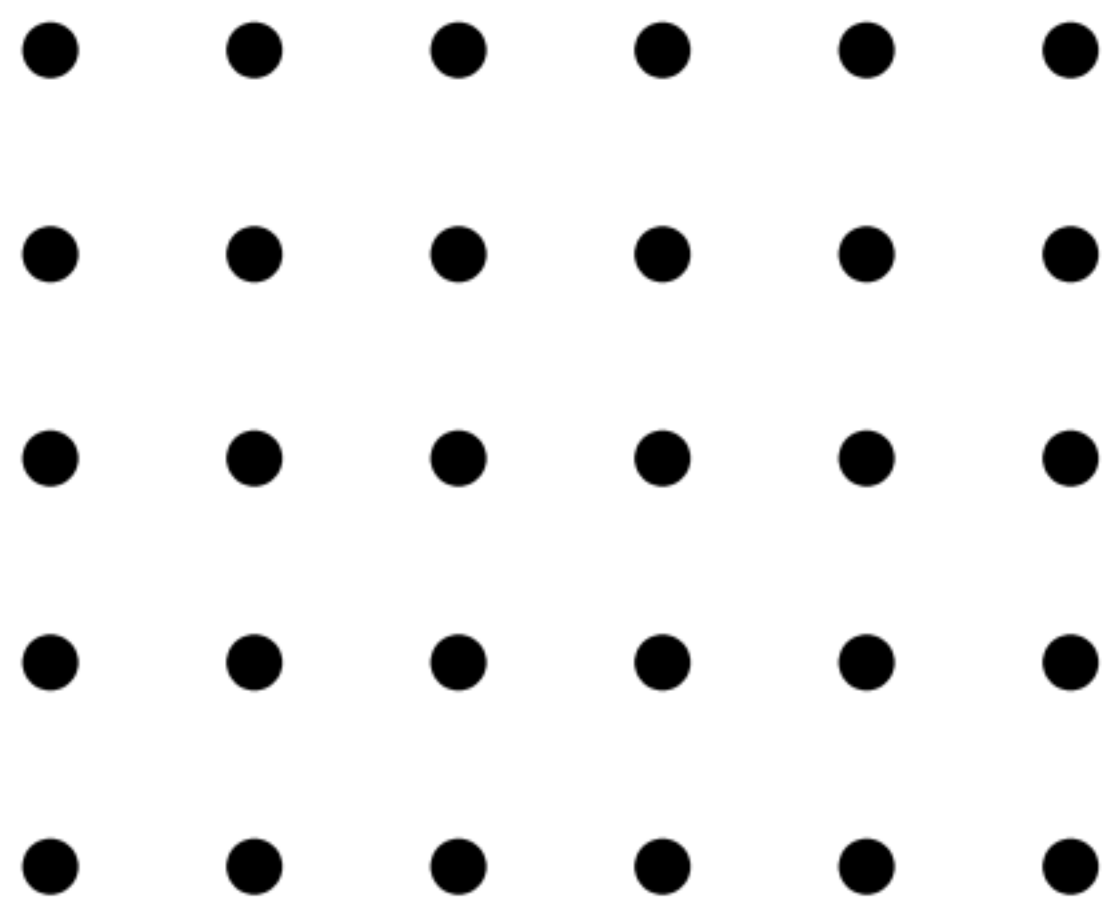
Pontos & Quadrados



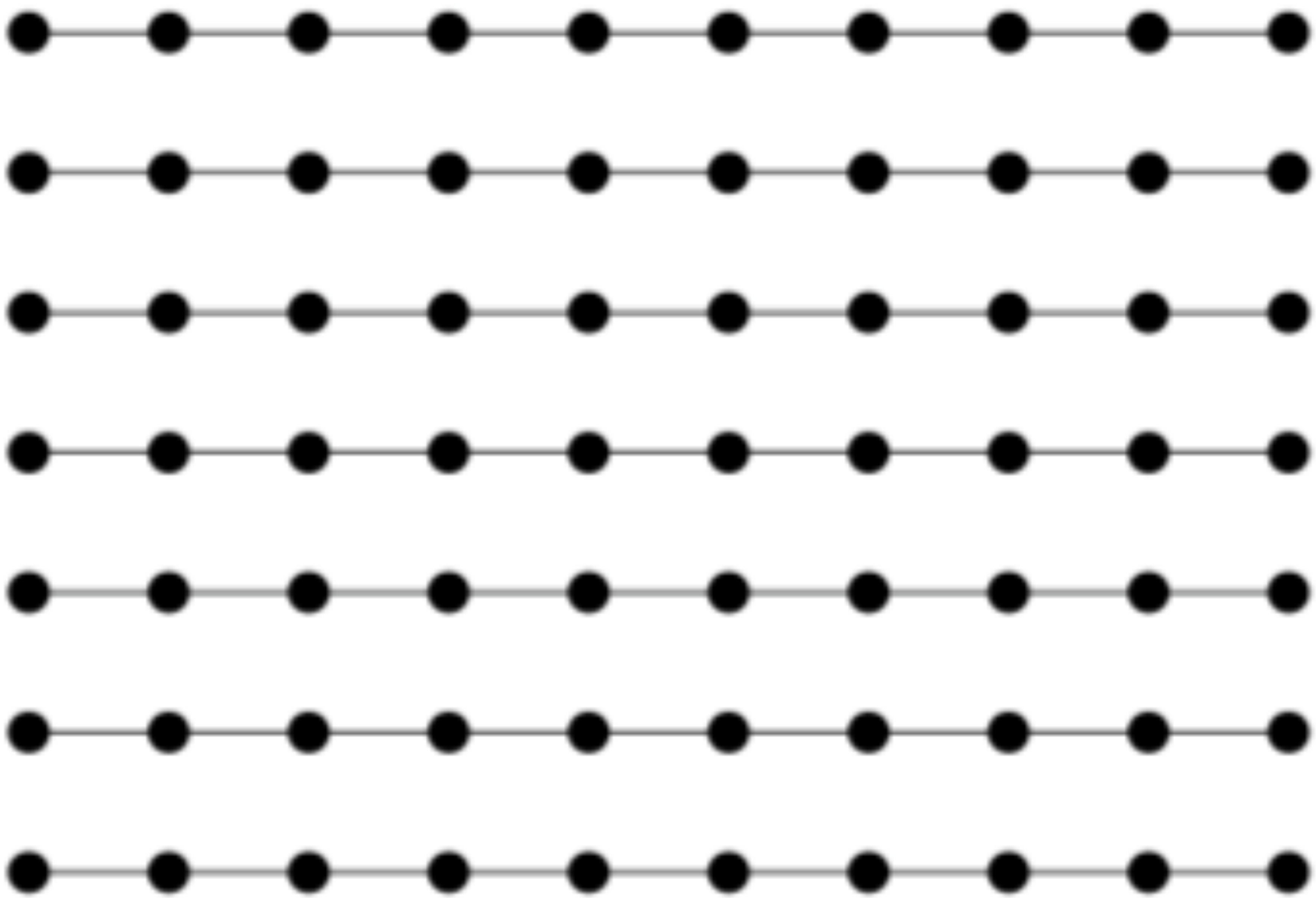
Cada jogada consiste em unir dois pontos horizontal ou verticalmente.

Quem completar um quadradinho escreve nele a sua inicial **e joga de novo.**

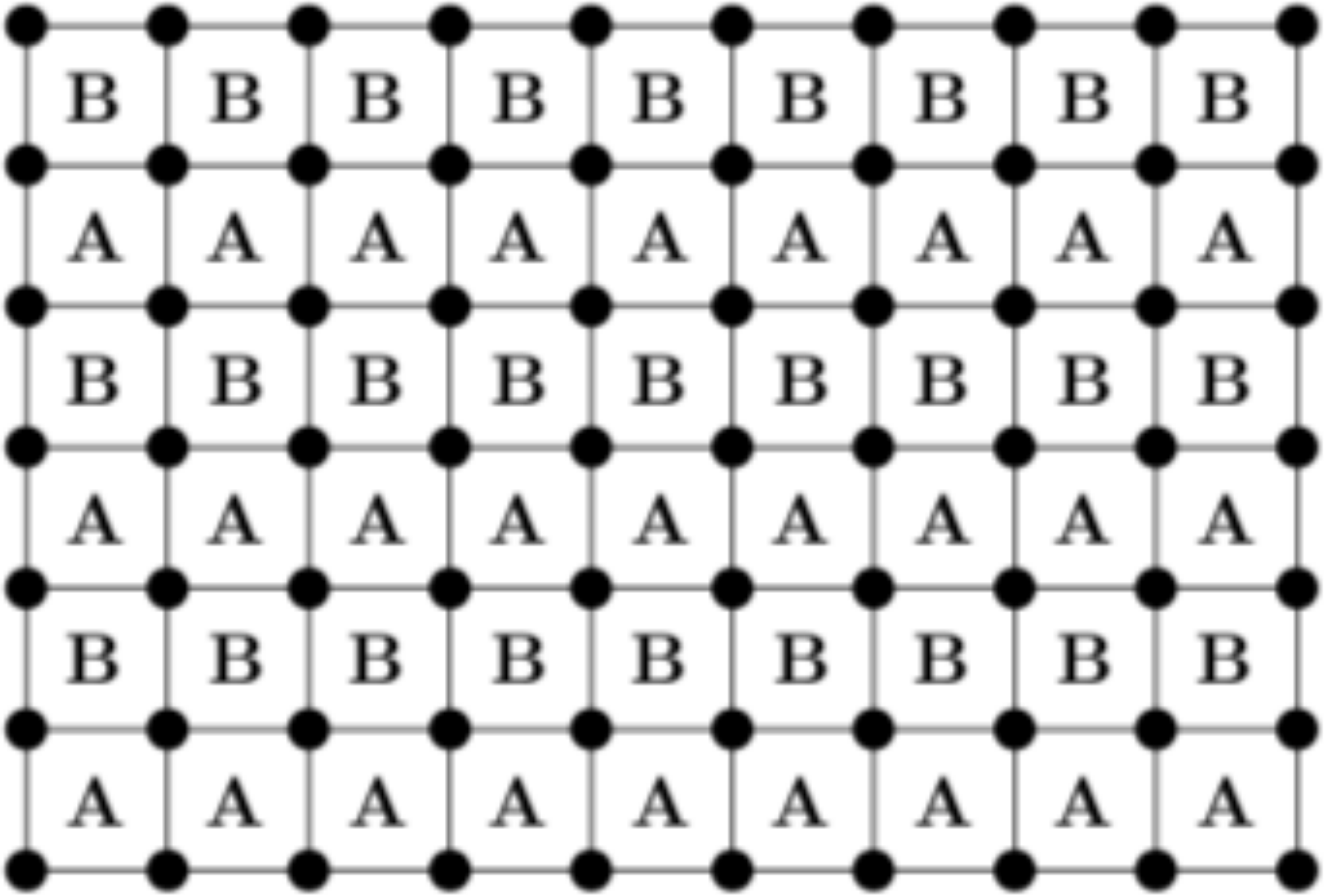
Ganha quem, no fim, tiver mais quadrados.



A Alice está a jogar com o Bernardo. É a vez dela.

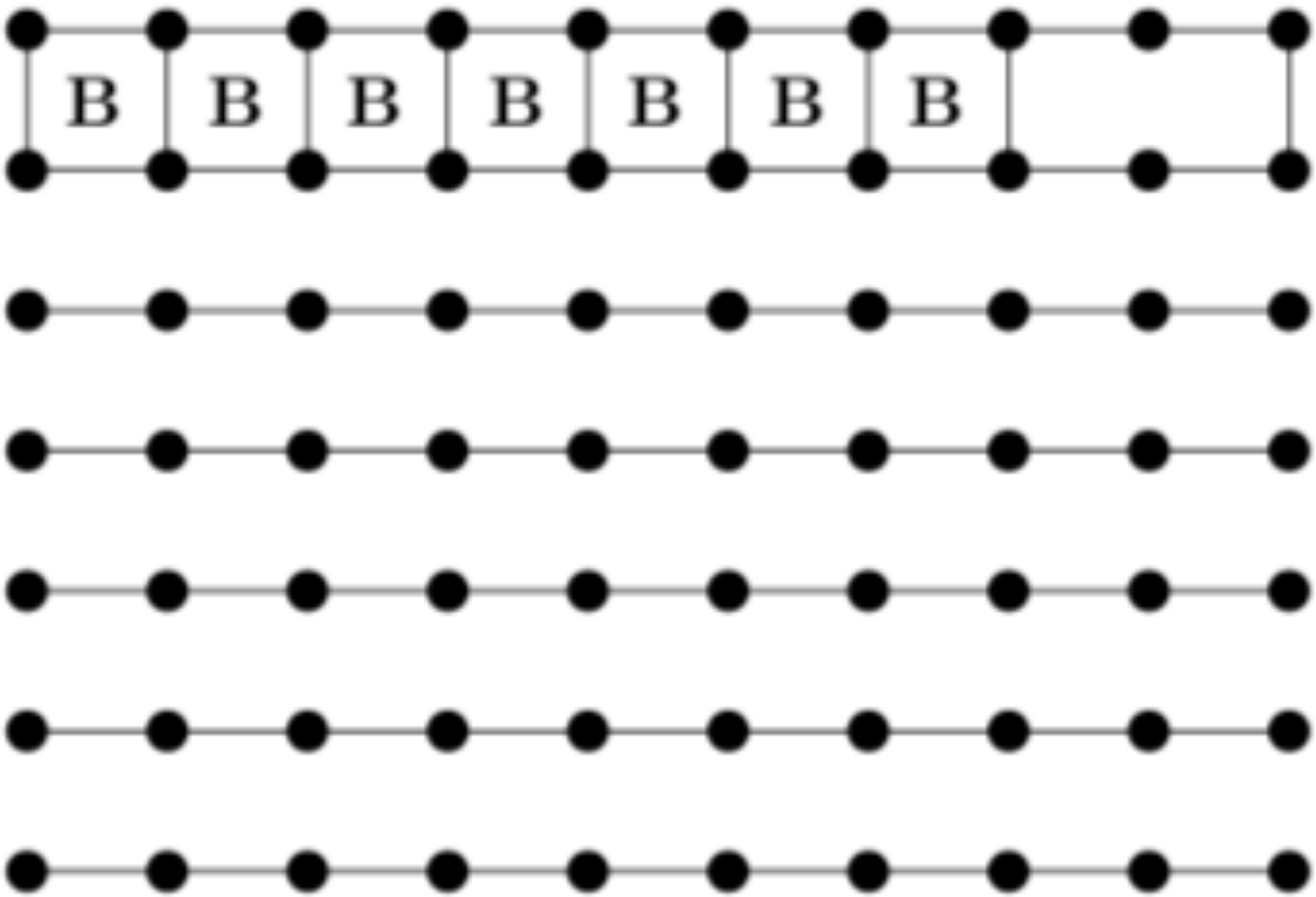


A Alice dá uma fila, recebe outra, etc...

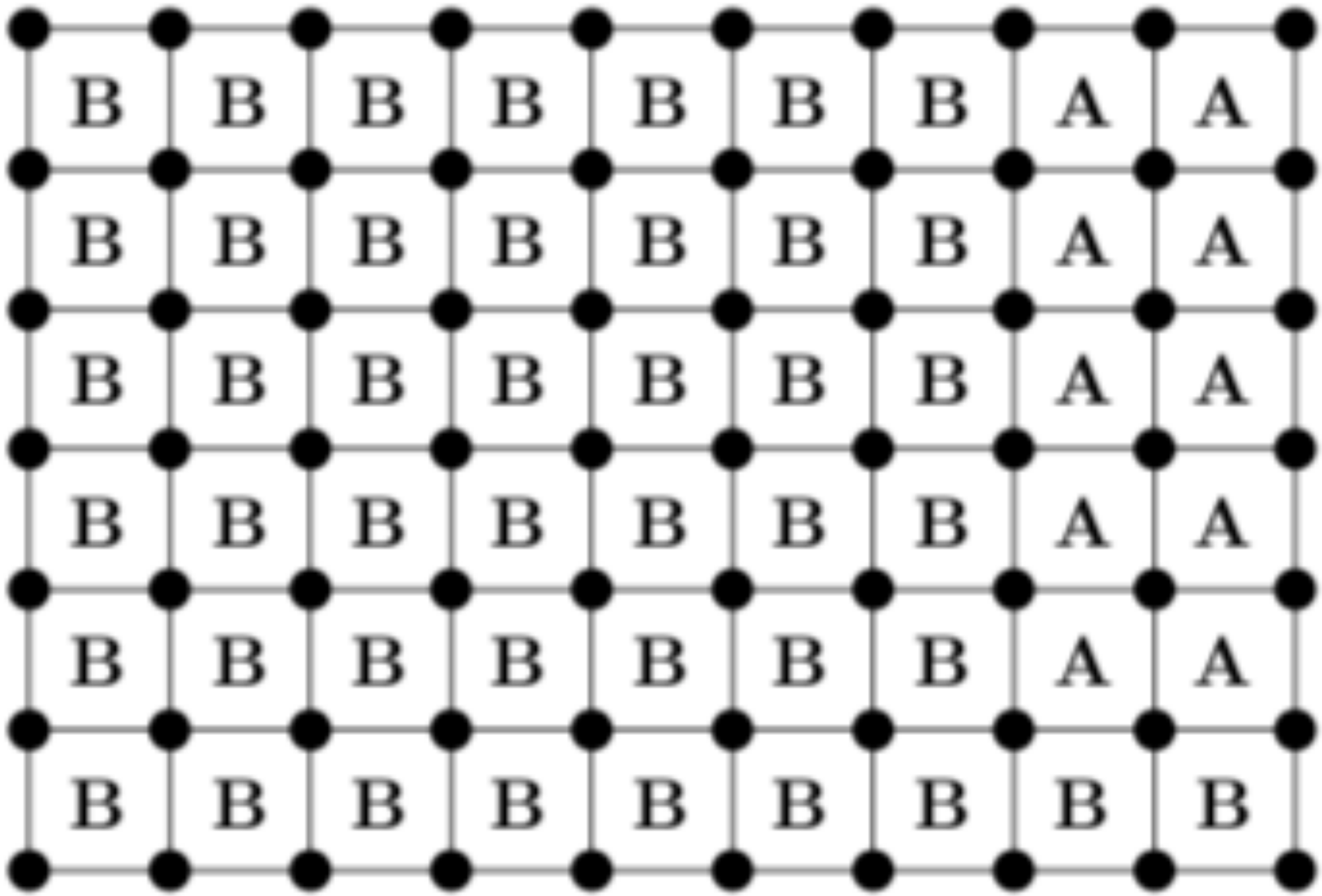


Resultado: empate!

O Bernardo pode ser esperto...



O que pode a Alice fazer agora?...


B B B B B B B A A
B B B B B B B A A
B B B B B B B A A
B B B B B B B A A
B B B B B B B A A
B B B B B B B B B

(A 10 - B 44)

Ser guloso é boa estratégia para principiantes, para aprender contra jogadores mais fortes.

Jogar P&Q.

Simetria

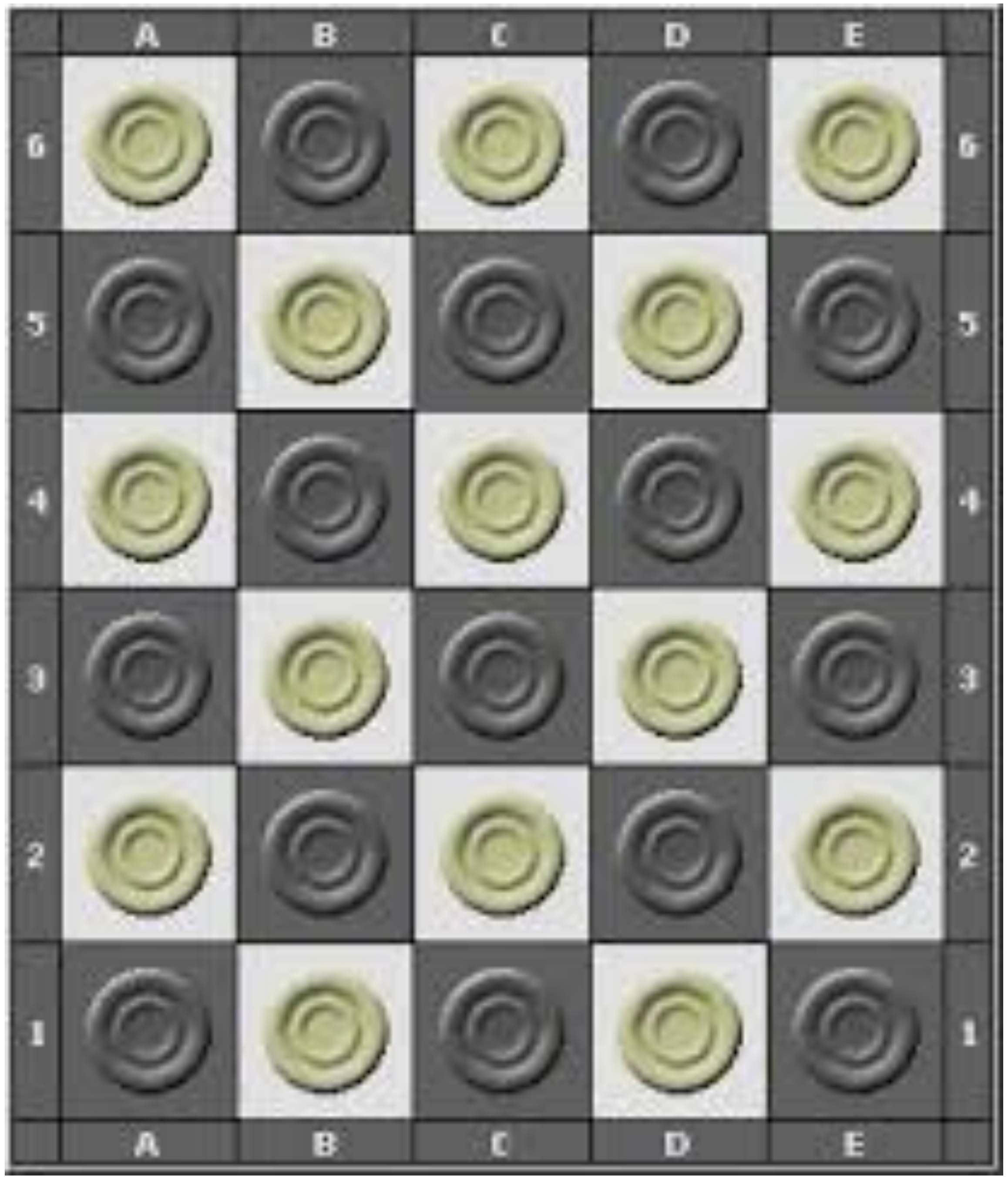
A estória da pessoa que desafiou Kasparov e Karpov para jogos por correspondência.

NIM de duas pilhas

Tweedledum-Tweddledee

*

CLOBBER



Joga-se normalmente num tabuleiro rectangular não quadrado.

Todas as casas estão ocupadas no início, com uma configuração qualquer, normalmente alternada.

Uma jogada consiste em jogar uma peça uma casa na ortogonal, desde que caia sobre uma peça adversária, que abandona o tabuleiro.

(Todas as jogadas são capturas).

Ganha o último a jogar.

É o Negro a jogar. Se jogar para uma das posições seguintes

,

,

Uma estratégia baseada na rotação por 180º garante a vitória ao Branco.

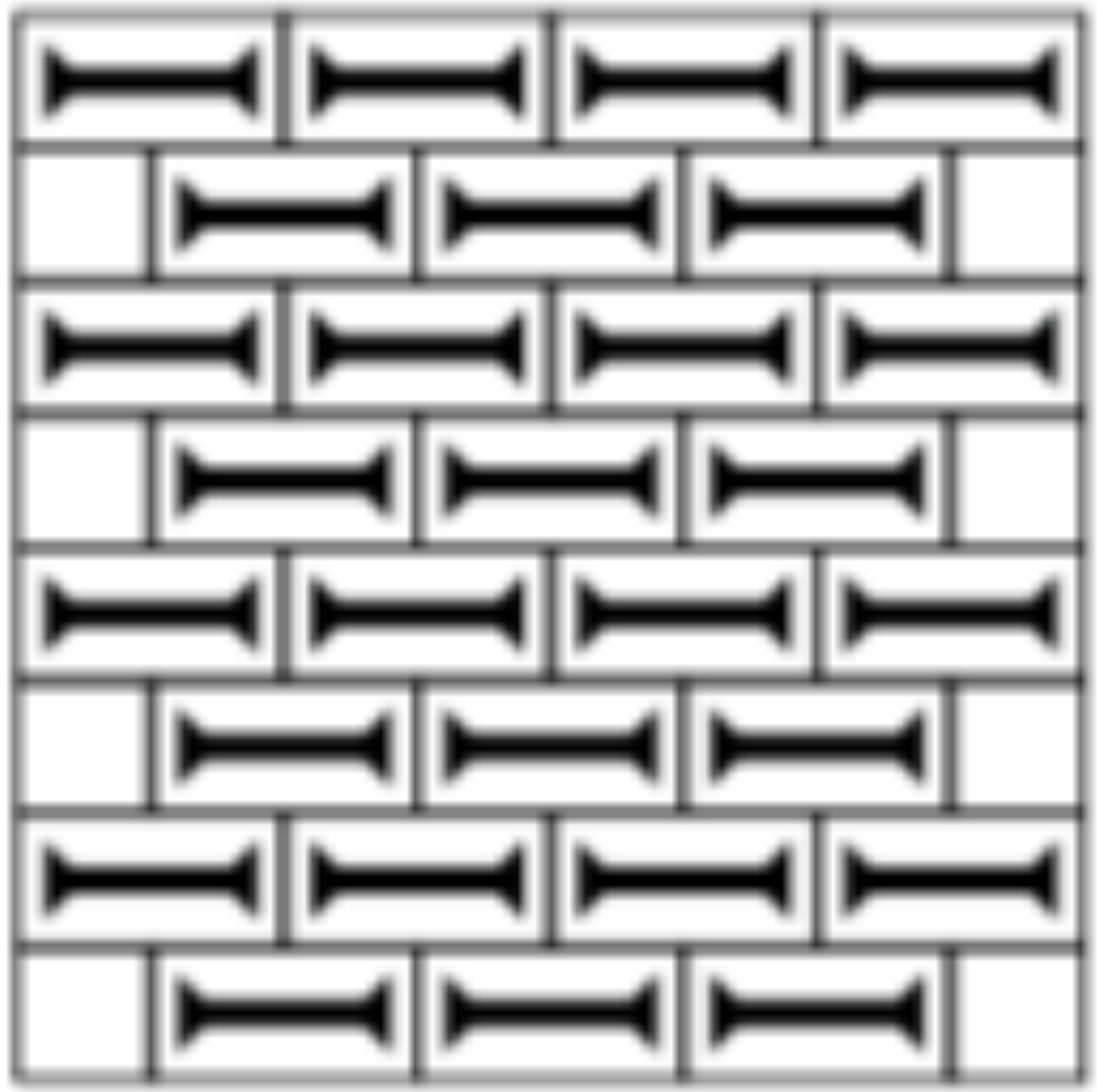
isto é a simetria a funcionar!

Jogar:

Num tabuleiro 8x8 dois jogadores, o Negro e o Branco, alternam colocando uma peça de damas numa casa livre. Quem completar um quadrado 2x2 da sua cor, ganha.

Qual é o resultado deste jogo, se ambos forem bons jogadores?

A chave da *simetria*, que garante o empate ao 2º jogador:



Todos os quadrados contêm um dos "dominós" marcados...

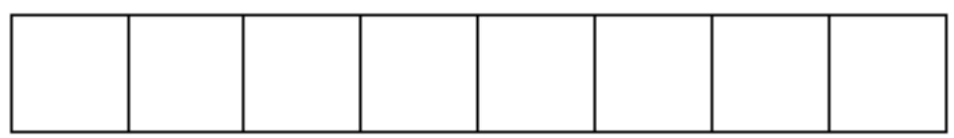
O jogo GATOS E CÃES é praticado numa grelha rectangular. As peças de um dos jogadores são gatos e a do outro são cães. Cada jogador coloca alternadamente uma peça sua numa célula vazia do tabuleiro. Não se pode colocar um cão junto de um gato (nem vice-versa), nem na vertical, nem na horizontal. Ganha o jogador que realizar a última jogada.

a) Jogue GATOS E CÃES com um colega.

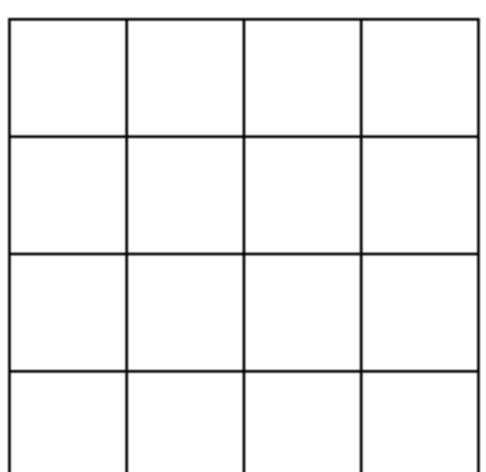
b) Utilize a estratégia da **simetria** para responder às alíneas seguintes:

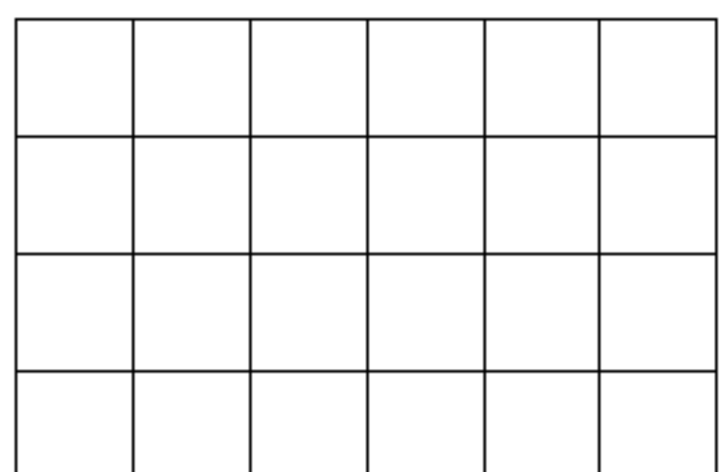
i) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado no tabuleiro seguinte?

ii) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado no tabuleiro seguinte? O que pode concluir do GATOS E CÃES jogado em tabuleiros $1 \times n$?



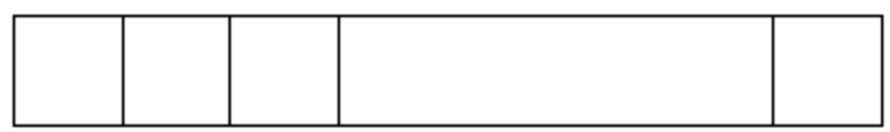
iii) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado nos tabuleiros seguintes?





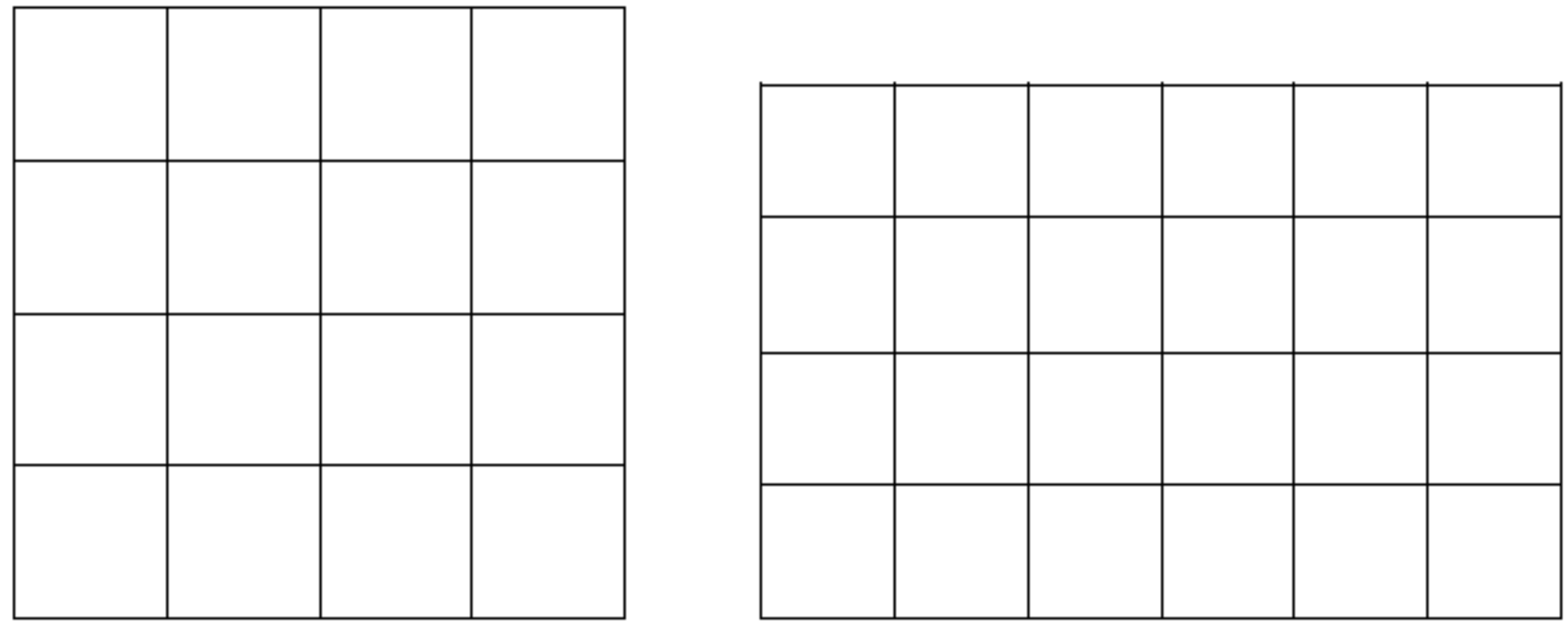
O primeiro jogador ganha colocando uma peça na casa central, respondendo simetricamente em torno dessa casa durante o resto do jogo.

ii) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado no tabuleiro seguinte? O que pode concluir do GATOS E CÃES jogado em tabuleiros $1 \times n$?

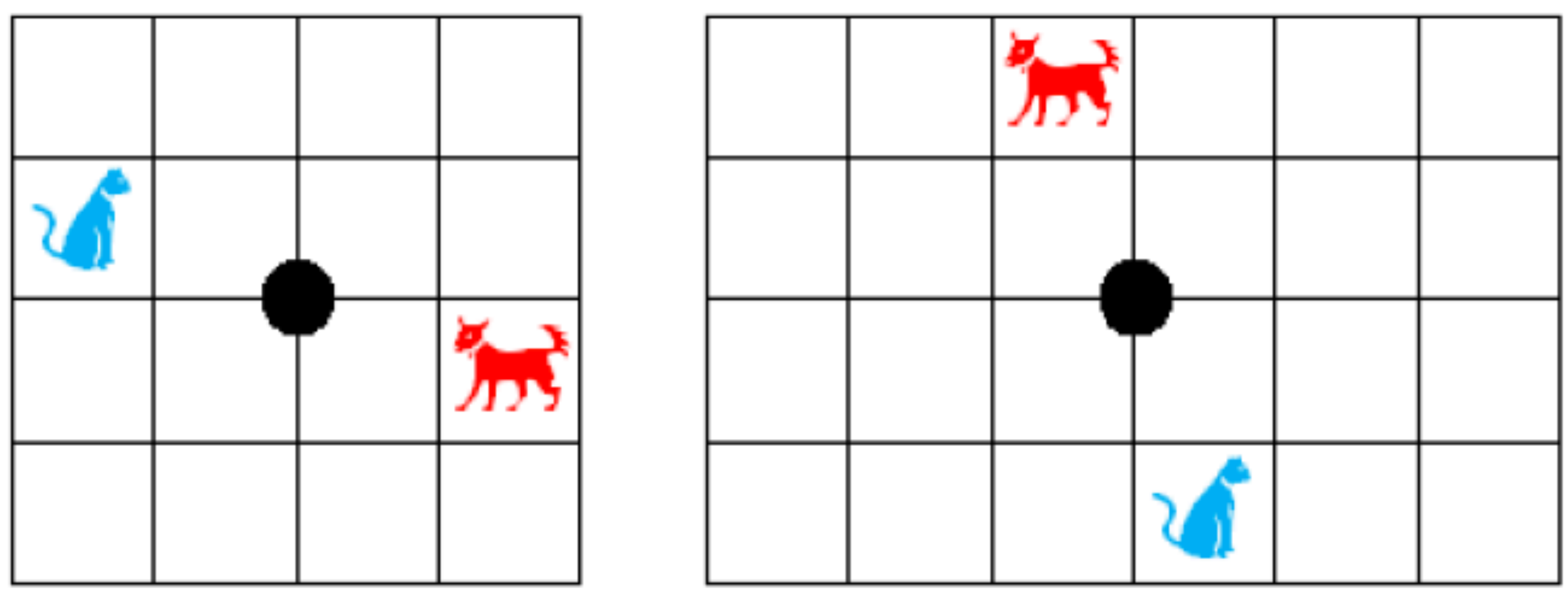


O primeiro jogador ganha colocando uma peça numa das duas casas centrais, respondendo simetricamente em torno dessa zona de duas casas durante o resto do jogo. Em tabuleiros $1 \times n$, o primeiro jogador ganha.

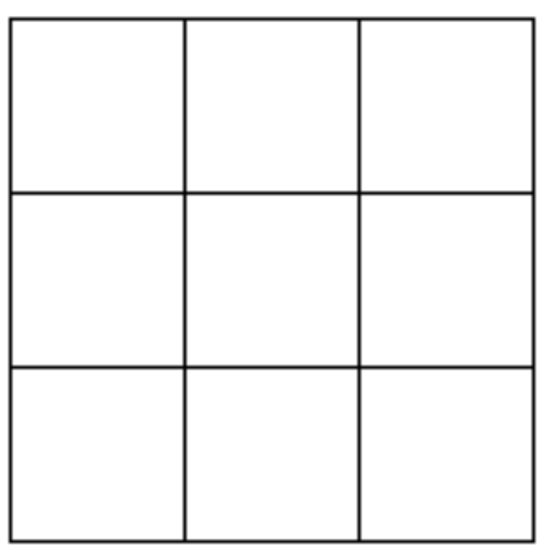
iii) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado nos tabuleiros seguintes?

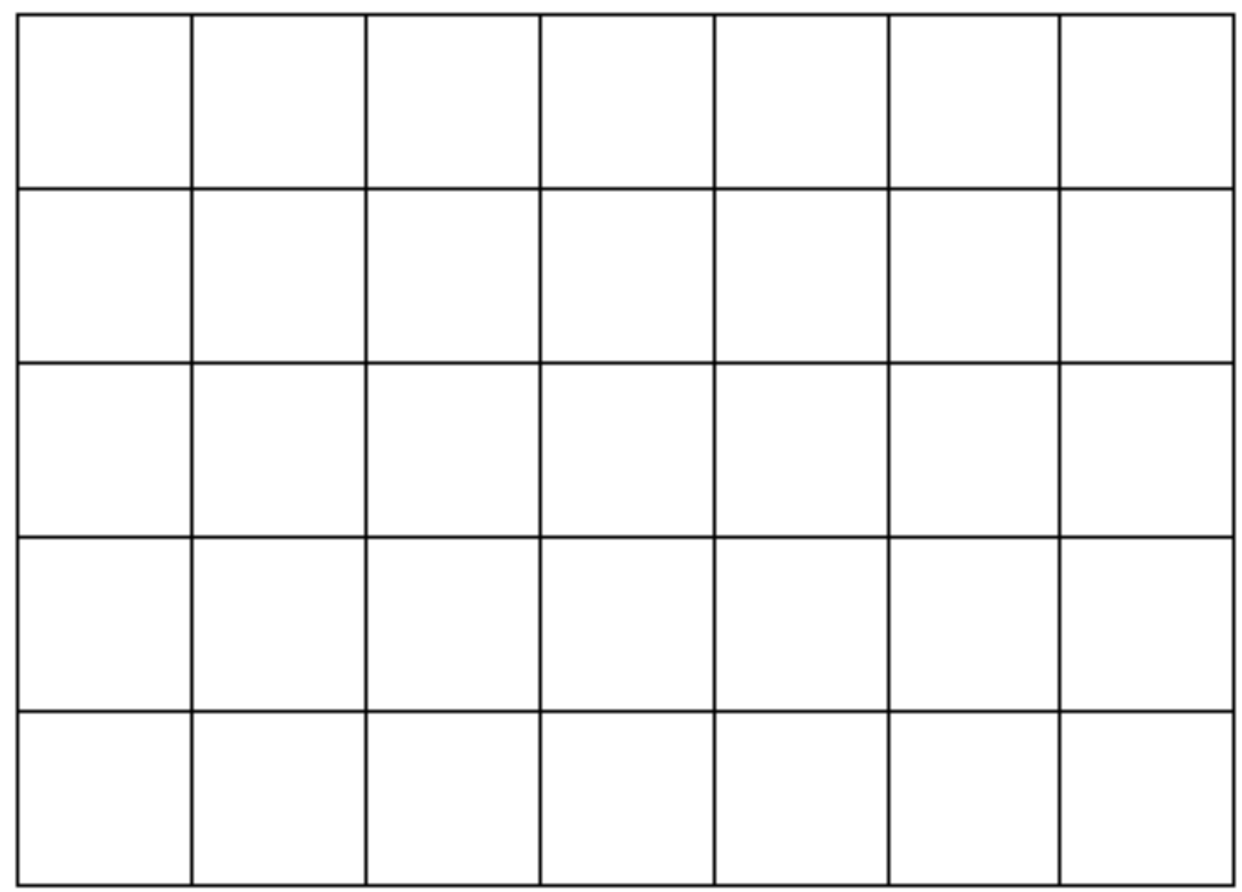


O segundo jogador ganha, respondendo simetricamente em torno do ponto central.

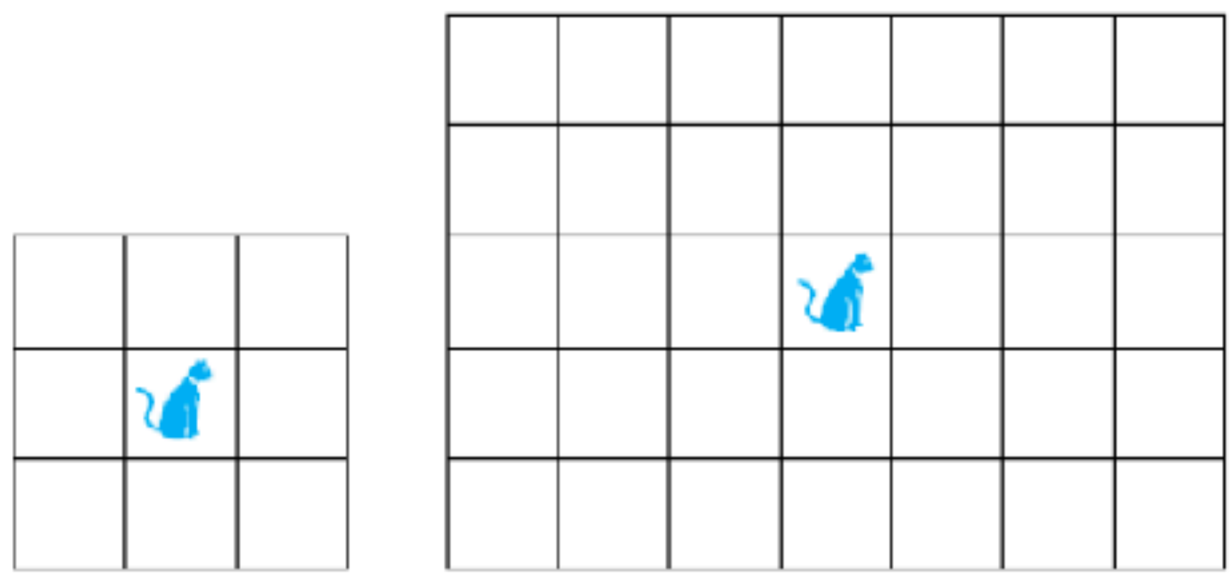


Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado nos tabuleiros seguintes?

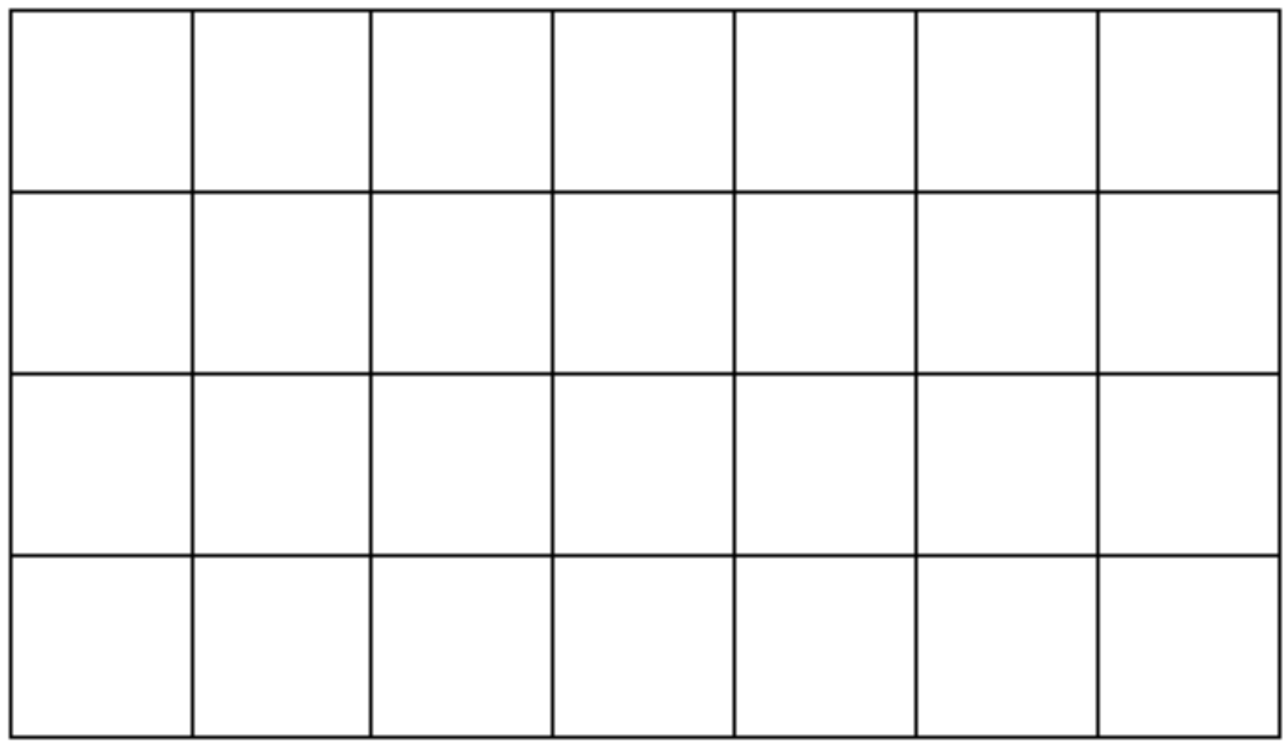




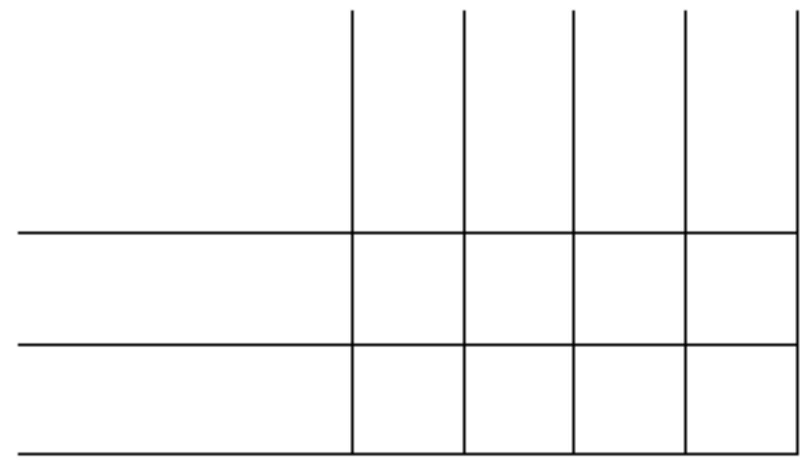
O primeiro jogador ganha colocando uma peça na casa central, respondendo simetricamente em torno dessa casa durante o resto do jogo.



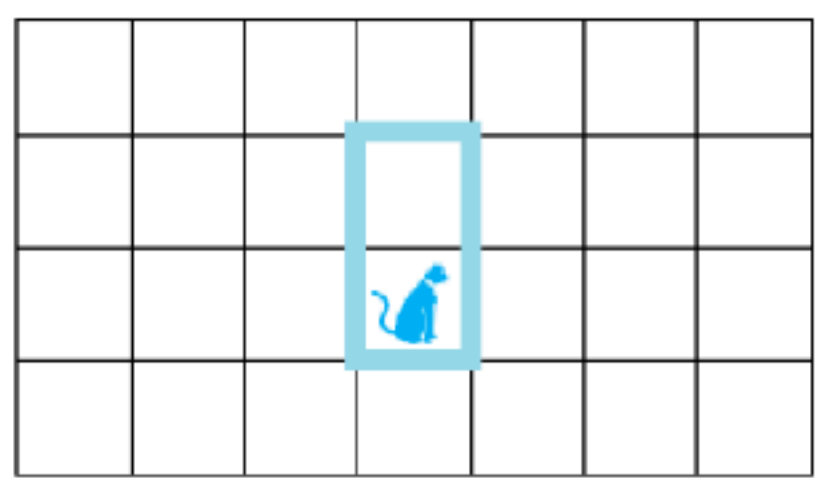
Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado no tabuleiro seguinte? O que pode concluir do GATOS E CÃES jogado em tabuleiros $m \times n$?



v) Quem ganha o GATOS E CÃES quando jogado no tabuleiro seguinte? O que pode concluir do GATOS E CÃES jogado em tabuleiros $m \times n$?



O primeiro jogador ganha colocando uma peça numa das duas casas centrais, respondendo simetricamente em torno dessa zona de duas casas durante o resto do jogo.



Em geral, para tabuleiros $m \times n$, o primeiro jogador ganha, excepto se tanto m como n forem números pares.

Isomorfismo

No jogo SOMA 15 COM 3 CARTAS, há nove cartas numeradas de 1 a 9, voltadas para cima. Na sua vez, cada jogador tira para si uma das cartas. Ganha o primeiro jogador que tiver três cartas cuja soma seja igual a 15.

Quem ganha, assumindo jogadores perfeitos?

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Paridade

BEM-ME-QUER: Dois jogadores alternam arrancando uma pétala da flor. Ganha quem tirar a última.

No começo há uma pilha de 29 feijões. Uma jogada consiste em dividir uma pilha em duas não vazias.

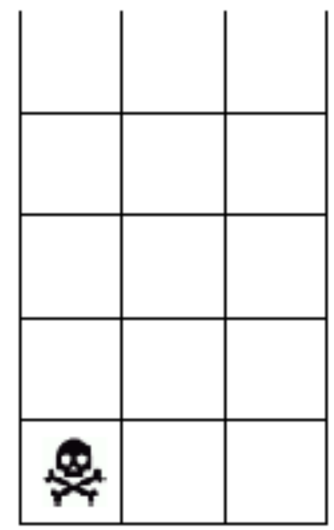
Quem ganha?...

Imaginar os feijões alinhados. Cada jogada consiste em colocar um fósforo entre dois feijões. Há sempre 28 jogadas. Ganha o 2º (se o número de feijões fosse par ganhava o 1º)

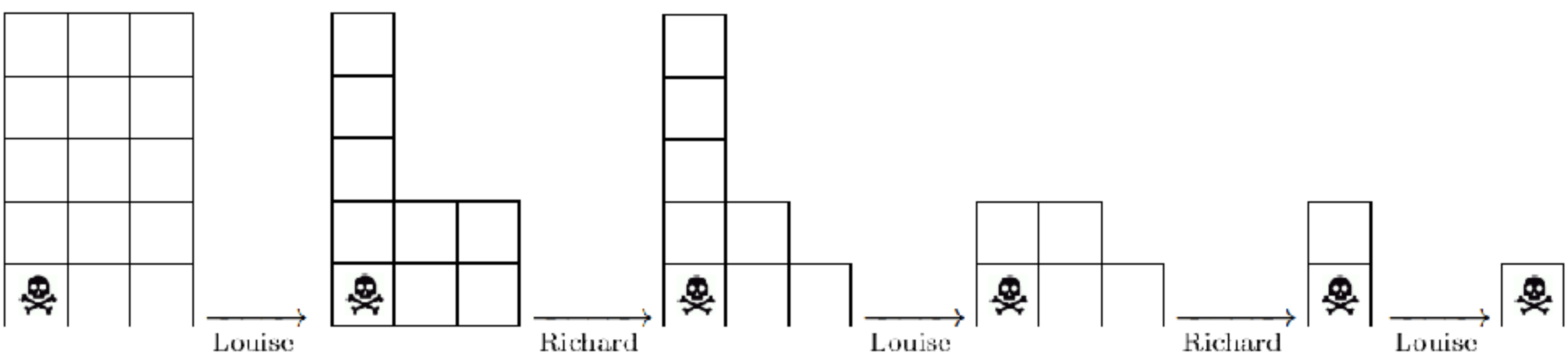
Dados n feijões, há $n-1$ jogadas.

Roubo

No jogo DENTADA, a posição inicial é um chocolate com forma rectangular. O quadradinho no canto inferior esquerdo está envenenado.



Uma jogada consiste em escolher um quadradinho e comer esse quadradinho, juntamente com todos os outros que não estejam nem à esquerda nem abaixo dele. Naturalmente, quem tiver de comer o quadradinho envenenado morre e, por consequência, perde o jogo. Eis um exemplo:



e o Richard perde o jogo por ter de comer o quadradinho envenenado.

Quem ganha?...

Suponhamos que o primeiro jogador tira o quadradinho do canto superior direito. Se essa jogada for uma jogada ganhadora, o primeiro jogador ganha. Se essa jogada não for uma jogada ganhadora, então o segundo jogador tem uma resposta ganhadora contra a remoção do quadradinho do canto superior direito. Mas essa resposta já estava disponível para o primeiro jogador na sua primeira jogada. Logo, também neste caso, se conclui que o primeiro jogador ganha.

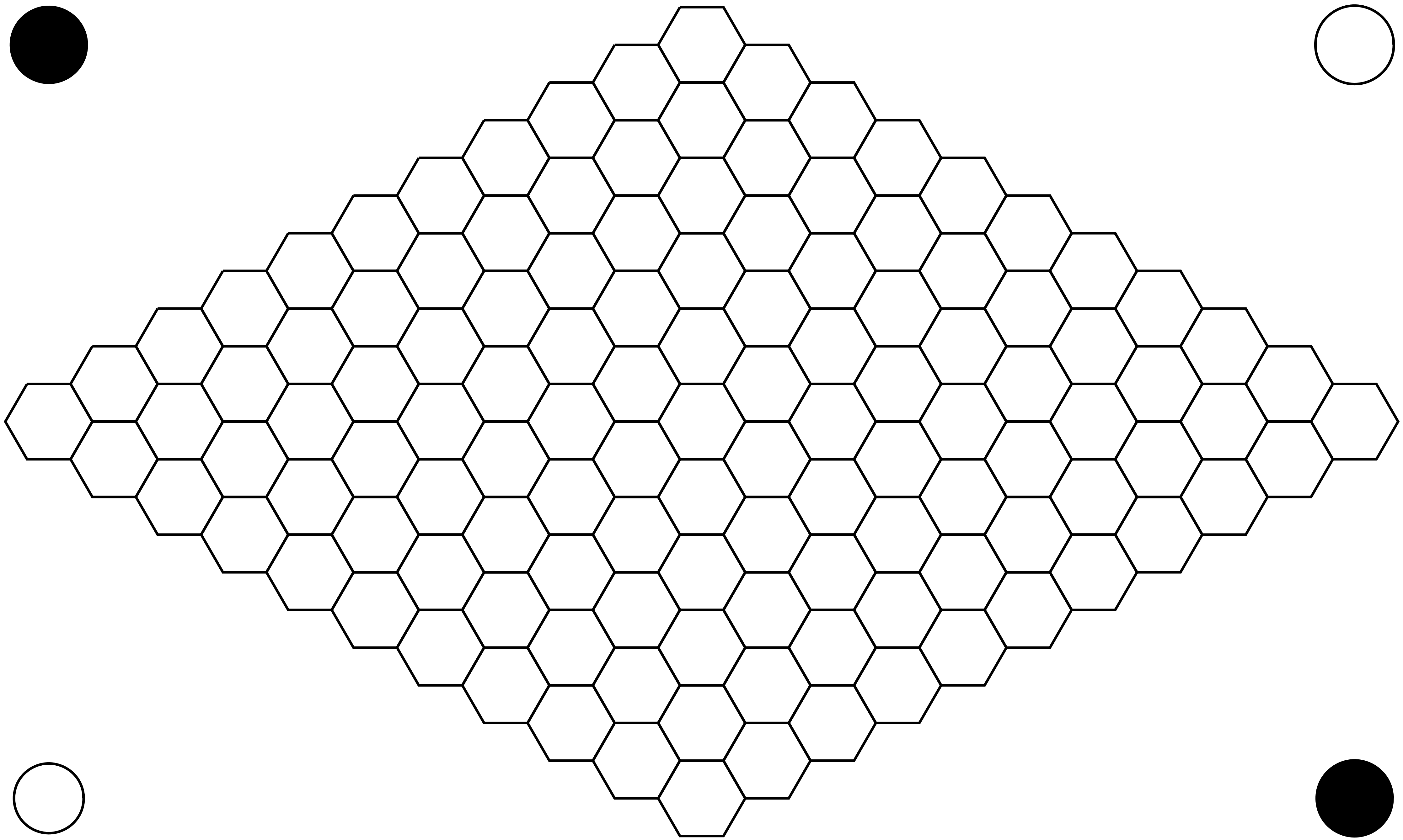
Hex

Autor: Piet Hein, John Nash

Material: Um tabuleiro hexagonal 11 por 11, 50 peças brancas e 50 peças negras.

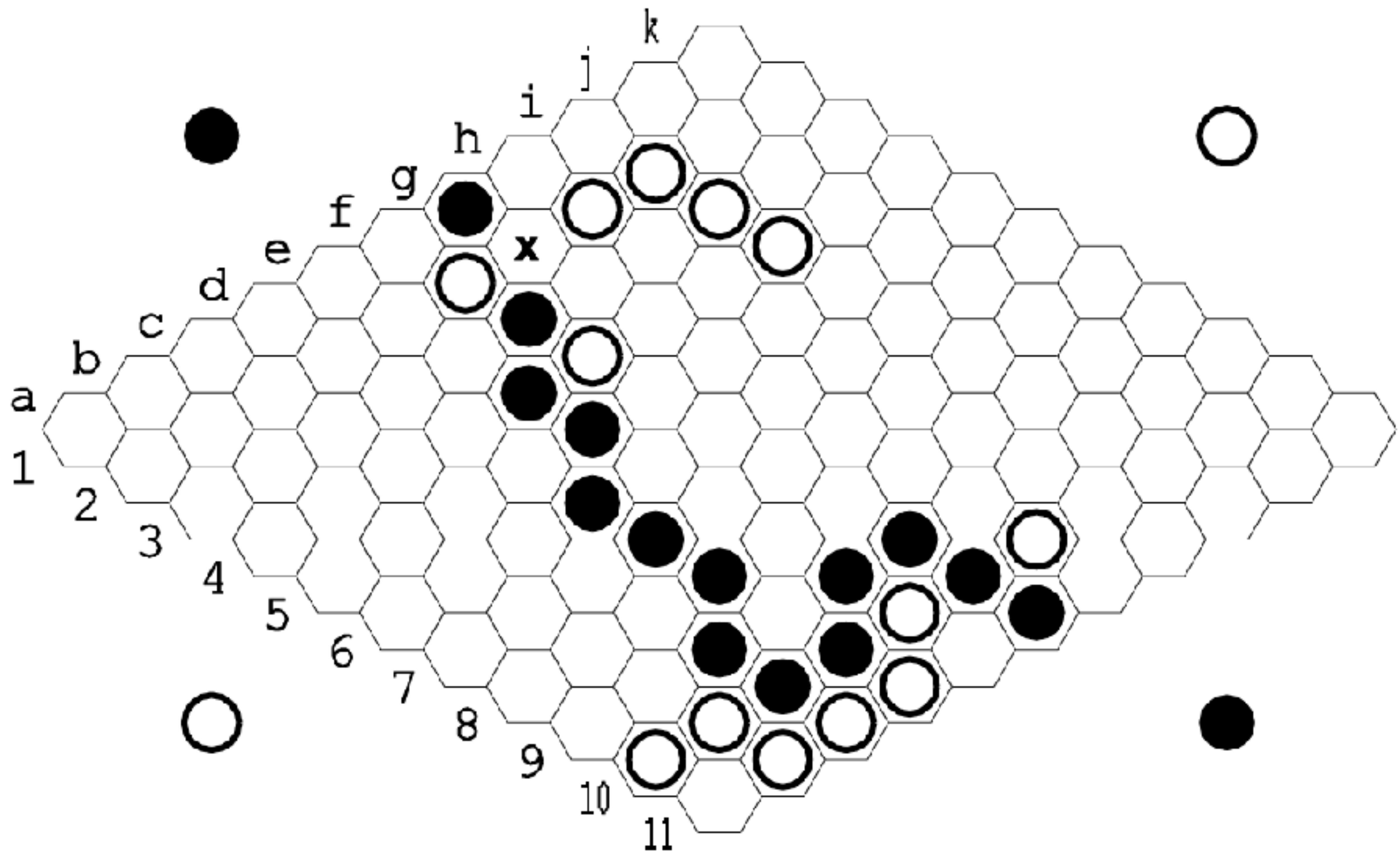
Objectivo: Criar um caminho que una as duas margens da sua cor.

Hex



Em cada jogada, cada jogador coloca uma peça da sua cor num hexágono vazio. O jogador das pretas ganha a partida se criar um caminho que una as margens negras (no diagrama, noroeste e sudeste). Por sua vez, o jogador das brancas ganha a partida se criar um caminho que una as margens brancas (no diagrama, nordeste e sudoeste).

As Negras ganham imediatamente jogando em g2



Prove que o 1º tem estratégia vencedora

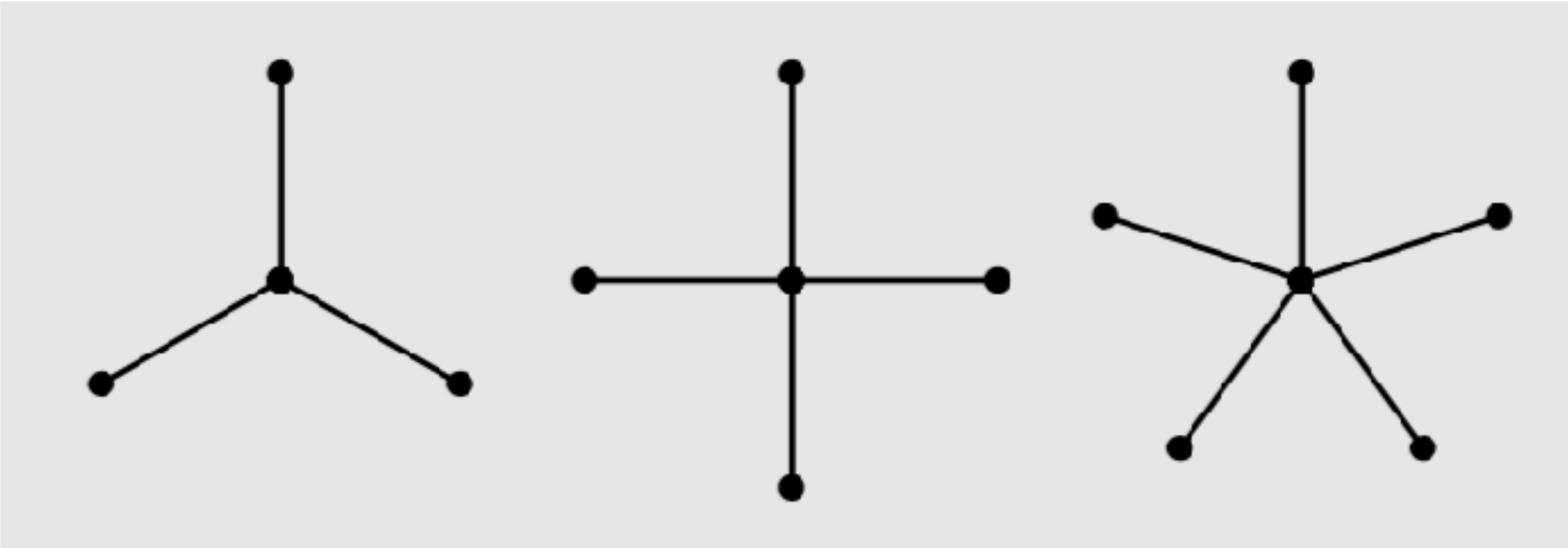
Troca de Cores: O segundo jogador, no seu primeiro lance (se vir vantagem nisso) pode aproveitar o lance efectuado pelo seu adversário, impondo a troca de cores.

Prove que o 2º tem estratégia vencedora

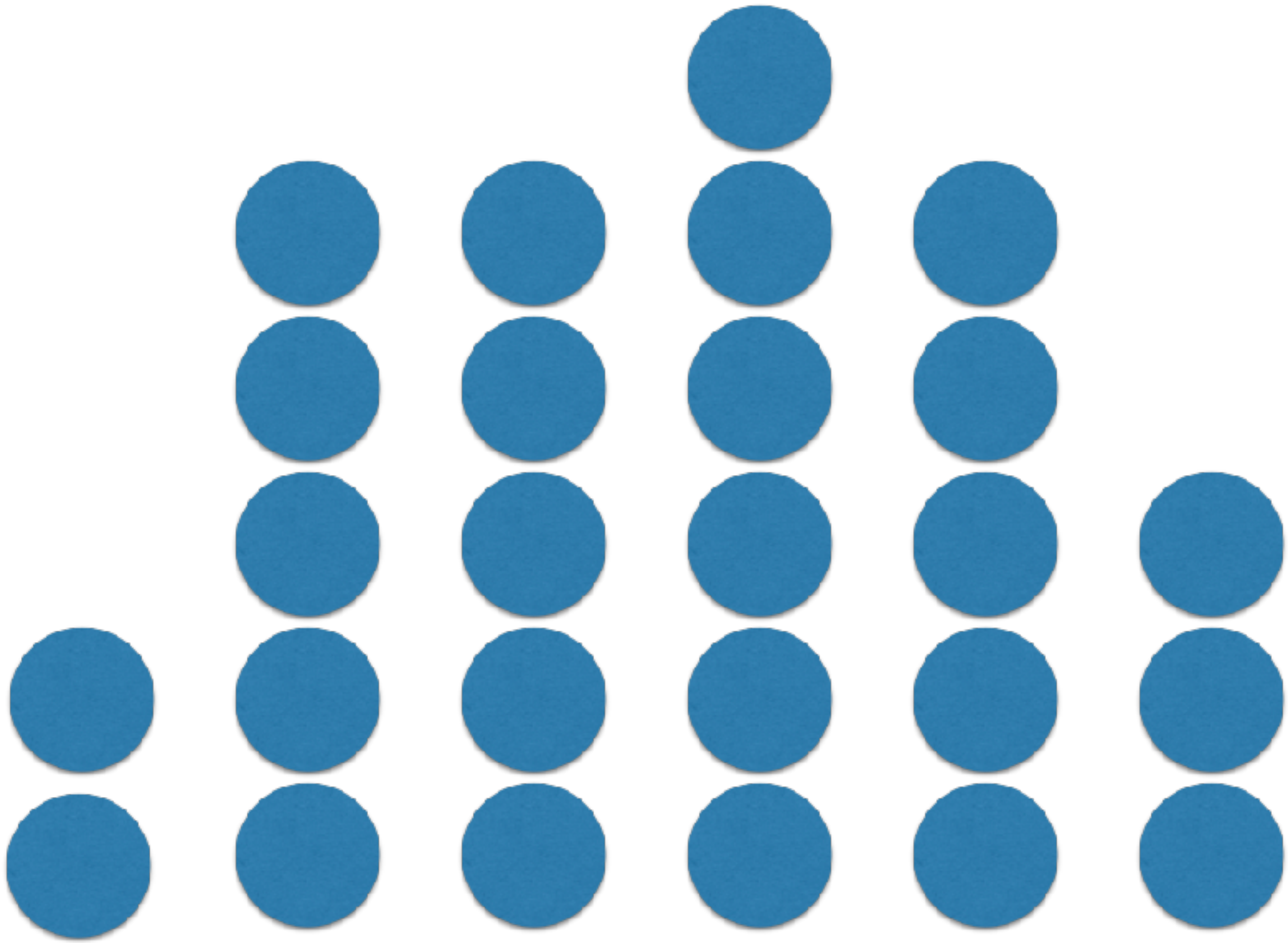
1.10.2019

DEGOLA
(em estrelas)

Jogada: apagar um vértice de forma a que uma aresta (pelo menos) caia.



ENDNIM (partizano e imparcial): por exemplo 254653



Indução

Para provar P(s) para todos os *s* em S, basta

assumir P(*r*) para todos os $r<s$

confirmar para todos os casos-base

Em particular

Se G é um jogo e P(H) é verdade para qq opção de G, então P(G) é verdadeiro!

Teorema: Em NIM de 2 pilhas *(n,m)* o primeiro ganha sse

$$n \neq m$$

Supor $n \leqslant m$

Se $n < m$ joga para *(n,n)* e ganha (por indução)

Se $n = m$ qualquer jogada produz pilhas diferente e perde (por indução)

Caso base: vazio. $n=m=0$ tudo vale.

Teorema Fundamental dos Jogos Combinatórios: Num jogo entre A e B, com A a jogar primeiro, ou A pode forçar a sua vitória ou B pode forçar a sua vitória jogando em segundo. Mas não ambos.

Dem: note-se que, por indução, numa opção de A, B ganha em 1º ou A ganha em 2º.

se alguma das opções de A der a vitória ao segundo, A joga para uma dessas opções e ganha (por indução).

se todas as opções de A dão a vitória ao primeiro, então B pode forçar a vitória (por indução).