

# Jogos Matemáticos

Jorge Nuno Silva

## 1 Introdução

Por Jogos Matemáticos designam-se puzzles, problemas e actividades que vão da simples charada à questão matemática ainda em aberto. A História da Matemática mostra que foram alguns jogos que conduziram à criação de alguns ramos da matemática.

O papiro de Rhind (1850 AC) contém várias actividades deste género, que também podem ser encontrados, quase inalteradas, nas obras de Fibonacci (1202 DC).

Os gregos criaram também muitos puzzles, entre eles o célebre problema do Rebanho, atribuído a Arquimedes. A respectiva solução envolve um número com 206545 algarismos.

Euler, o matemático mais prolixo de sempre, dedicou também a sua atenção a algumas actividades lúdicas. Por exemplo, o *Percurso do Cavalo no Tabuleiro de Xadrez*, que hoje pertence à Teoria dos Grafos, e *as pontes de Königsberg*, que iniciou o estudo da Topologia.

Hamilton, em 1857, inventou um jogo, *Icosian*, que comercializou sem grande sucesso. Contudo, estava relacionado com os *circuitos hamiltonianos*, conceito básico da Teoria dos Grafos.

Um problema famoso é o *Problema das Raparigas*, de Kirkman (1850). Nele se pergunta como podem quinze raparigas caminhar organizadas em cinco filas de três, em sete dias consecutivos, de forma a que cada uma partilhe uma fila com cada outra exactamente uma vez. Hoje, este tipo de questão é relevante em Combinatória.

Edouard Lucas inventou as *Torres de Hanoi* em 1883. Um puzzle ainda hoje muito popular e muito estudado, estando relacionado com diversas áreas da matemática, algumas das quais de criação recente.

O nome de Martin Gardner tem de ser referido. Por trinta anos foi colunista do *Scientific American*, a mais importante intervenção de extensão matemática. Para além de ele mesmo ser um criador de puzzles, jogos e actividades matemáticas, popularizou criações de matemáticos importantes, como J. H. Conway e Smullyan.

## 2 Jogos no Ensino

Ao utilizar este tipo de actividades com os alunos, algumas questões serão por eles colocadas, como por exemplo:

- Como se joga isto?
- Quais são as melhores jogadas?
- Será que posso ganhar contra qualquer defesa?
- E se eu jogar de outra maneira?
- Quais são as chances de ...?

Não é difícil reconhecer aqui a possibilidade de trabalhar em temas como: interpretação, optimização, análise, formulação de hipóteses, probabilidades.

Outras, menos imediatas, surgirão:

- Este jogo, no fundo, é como o outro...
- Posso ganhar se...
- Esta ideia funciona sempre...
- Vou-te mostrar como ganho sempre...
- Vou assentar as jogadas assim...

que ilustram conceitos como isomorfismo, análise de casos particulares, generalização, demonstração, utilização de simbologia apropriada.

Nem todos os jogos suscitarão as mesmas questões a alunos diferentes, mas a diversidade de actividades disponíveis e a orientação do docente podem gerar muitas situações relevantes para o desenvolvimento da capacidade matemática. A actividade do jogo não se deve ficar pela simulação, pois a realidade física que lhe está associada atrai os alunos como nenhuma outra. Além disso, é a repetição que permite analisar o jogo e retirar ensinamentos.

Entre as estratégias de análise que aparecem com naturalidade podemos identificar algumas.

- Elaboração do grafo completo das posições do jogo. Para muitos jogos este método, se bem que laborioso, esclarece totalmente. Muitas vezes, após iniciar o grafo do jogo, algumas considerações permitem economizar trabalho.
- Analisar do fim para o princípio. Corresponde a elaborar o grafo do jogo partindo das posições terminais.
- Simplificação. Consiste em considerar situações semelhantes, mas menos complexas, e retirar destas ideias para aplicar ao original.

- Fazer analogias com casos típicos. Por exemplo, conhecer bem o jogo NIM e a sua análise matemática, permite resolver muitos jogos da mesma família.

Em todas as culturas, em todas as épocas, as pessoas jogam. Pensa-se até que os jogos podem ter desempenhado um papel evolutivo relevante. Ao tornar agradável a actividade intelectual, talvez o jogo facilite a aprendizagem das regras do pensamento válido.

### 3 A Divulgação

Os jogos matemáticos são um tema recorrente da divulgação matemática, e mesmo das novas teorias do seu ensino. Contudo, uma análise mesmo superficial dos respectivos conteúdos mostra que o tema é, as mais das vezes, tratado de forma previsível e estereotipada. O problema reside no facto de os jogos matemáticos constituírem hoje um campo demasiado vasto para uma abordagem breve. A sua relevância pedagógica e cultural é reconhecida, mas os especialistas escasseiam, e as actividades que lhes são dedicadas mostram só, e sempre, a mesma ponta do iceberg.

Na nossa exposição pretendemos exibir jogos relevantes, pelas suas características específicas, mas também pela sua originalidade. Assim, para além dos Jogos Combinatórios clássicos, também conhecidos por jogos à Conway, pretendemos dispor dos clássicos e de jogos *originais*, da criação de Mamikon Mnatsakanian do Instituto de Tecnologia da Califórnia, bem como de João Pedro Neto, Jorge Rezende e Jorge Nuno Silva, da Universidade de Lisboa. As actividades que queremos implementar terão sempre duas vertentes de interactividade: física e virtual. Assim, os jogos terão uma versão material construída para o efeito, que propicia a partilha das experiências com os demais visitantes, bem como uma implementação virtual, fazendo uso de todos os recursos que os computadores e software multimedia nos propiciam. Também neste caso todos os programas serão elaborados de raiz para este efeito.

De entre as dezenas de actividades que estamos a preparar podemos enumerar algumas, bem como algumas das suas características.

- *Matemática das Aranhas*, de Mamikon Mnatsakanian. Quer a versão física, quer o respectivo *applet java*, consiste numa distribuição dos inteiros positivos numa malha semelhante a uma teia de aranha. Assim como um relógio nos permite explorar a aritmética modular relativa ao módulo 12 (refere-se aqui uma outra actividade prevista), a teia pode ser configurada pelo utilizador para emular uma de muitas bases possíveis, de uma forma visualmente muito atractiva. Uma outra possibilidade consiste em uma aranha se deslocar sobre os múltiplos de inteiros prédefinidos pelo jogador. Começam assim a emergir padrões de distribuição dos inteiros, que permite culminar num jogo de escondidas mosca-aranha muito apelativo e instrutivo.

- *Gonnect*, de João Pedro Neto. Trata-se de uma variante do Go, que é o mais antigo e complexo jogo do mundo. Se Kasparov acaba de empatar contra *Deep Junior*, um programa de Xadrez (e já havia perdido, há uns anos, contra uma máquina de jogar Xadrez, *Deep Blue*), o fraco desempenho dos computadores a jogar Go dão uma ideia da sua complexidade. O jogo original, que também será tratado na exposição (visita do campeão nacional, etc), apresenta alguns aspectos menos “tratáveis” nas suas regras, o que conduz a regras locais e versões regionais. A versão em apreço combinando Go com Hex (outro jogo por nós considerado, assim como o Xadrez), produz um jogo com as melhores características de cada um daqueles em que se inspirou.
- *LIM*, de Jorge Nuno Silva. O primeiro artigo científico sobre jogos matemáticos foi publicado em 1902. Nele era analisado o NIM, com recurso à representação dos inteiros em somas de diferentes potências de 2. Mais tarde Conway, nos anos 70, mostrou que essa abordagem era uma caso particular de uma teoria mais geral. Este jogo original insere-se nessa família, que hoje é designada nos livros da especialidade por *Jogos Combinatórios Imparciais*. Trata-se de um jogo com pilhas de feijões, de fácil implementação física, e cujo versão digital se encontra já bem encaminhada.
- *Puzzles Polédricos*, de Jorge Rezende. Este jogo para um, ou puzzle, utiliza a manipulação de sólidos (platónicos, arquimedianos, entre outros) para abordar temas de combinatória e teoria de grupos, de forma lúdica e informal. A interacção com esta actividade pode efectuar-se a diversos níveis de sofisticação, o que o torna muito indicado para os mais diversos tipos de preparação do utilizador.
- *Spinner*, de Mamikon Mnatsakanian. Não se trata de um jogo, mas de uma actividade baseada numa superfície, que o autor patenteou, que revela propriedades notáveis, cuja exploração se revela muito lúdica e instrutiva. Com papel, tesouras e cola, pode-se construir e manipular esta superfície, construindo brinquedos, moinhos de vento, etc.

Para o sucesso desta mostra necessitamos, para além de um bom espaço, de financiamento para os materiais físicos, para a elaboração de um CD com actividades interactivas baseado na linguagem Java, bem como da assistência de alguns monitores (alunos dos anos terminais das escolas secundárias, por exemplo), que ilustrem, expliquem, interajam com os visitantes.

Os materiais físicos consistem, essencialmente, em tabuleiros destinados a jogos abstractos. Trata-se de algo que tem de ser construído para o efeito. Como a diversidade é grande, e para economizar recursos, faremos uso de bases de madeira às quais se aplica uma película magnética, fazendo aderir a esta peças de ferro, de forma achatada, que se destinarão a cumprir a função de “casas” do tabuleiro. As peças móveis, que os jogadores vão movimentar, serão vulgares berlindes, ou damas, com as mais diversas formas e cores.

Para o CD queremos produzir um programa unificado, onde todas as actividades disponham de versões *applet java*, interactivas, cuja utilização pode beneficiar muito o visitante que se interessou mais por esta ou aquela actividade.