

# TESTE 2 DE GEOMETRIA

Jorge Nuno Silva

8 de Junho de 2007

1. Alguma das transformações seguintes é projectiva? Em caso afirmativo identifique a respectiva matriz e a imagem do Ponto  $[1, 2, 3]$ .

(a)  $t_1 : [x, y, z] \mapsto [y - z, 2y + z, 2 + x + 1]$ .

(b)  $t_2 : [x, y, z] \mapsto [x - y - z, y + z, y + z]$ .

(c)  $t_3 : [x, y, z] \mapsto [y - z, y + z, x]$ .

2. Seja  $\ell_1$  a Recta de  $\mathbb{RP}^2$  definida pelos Pontos  $[1, 2, -2]$  e  $[1, 0, 1]$ , e seja  $\ell_2$  a Recta de  $\mathbb{RP}^2$  que contém  $[2, 1, -1]$  e  $[2, 0, 4]$ . Determine o Ponto de intersecção de  $\ell_1$  com  $\ell_2$ .

3. (a) O que é o plano projectivo real,  $\mathbb{RP}^2$ ?  
(b) O que é um Ponto?  
(c) O que são coordenadas homogéneas?  
(d) O que é uma Recta?

4. (a) Enuncie o Teorema Fundamental da Geometria Projectiva.

- (b) Determine uma transformação projectiva  $t$  tal que:

$$t([2, 1, 0]) = [1, 0, 1], \quad t([2, 1, 1]) = [1, 1, 0], \quad t([0, 2, 1]) = [1, 1, 1],$$

$$t([3, 0, 1]) = [0, 2, 3].$$

5. Sejam  $A = [0, 1, 1]$ ,  $B = [1, 0, 1]$ ,  $C = [1, 1, 2]$ ,  $D = [-1, 1, 0]$ .

Determine

(a)  $(ABCD)$ .

(b)  $(ACBD)$ .

(c)  $(ADBC)$ .

(d)  $(ACDB)$ .

6. Determine a imagem da Recta  $x + y + 2z = 0$  pela transformação projectiva associada à matriz

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Determine a distância do carro ao cruzamento sabendo que, na foto aérea, a placa que sinaliza “cruzamento a 3 km” está a 12 cm da imagem do cruzamento, a placa “cruzamento a 2 km” está a 8 cm do cruzamento e a imagem do carro está a 2 cm do cruzamento.

