

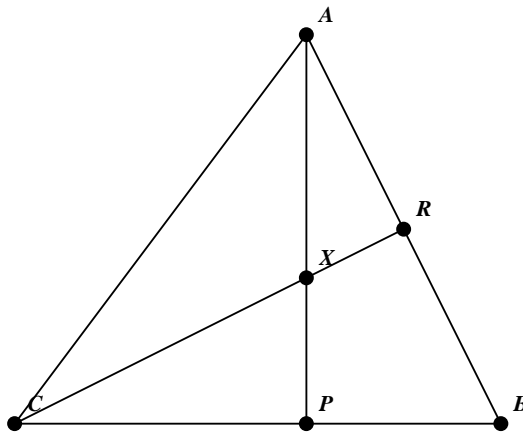
# Elementos de Geometria

## teste 2

Jorge Nuno Silva

9 de Junho de 2006

- Enuncie o Teorema de Ceva.
  - Considere o  $\triangle ABC$  e o ponto  $X$  fora dos lados (estendidos) do triângulo. Se  $AX$  encontra o lado  $BC$  em  $P$ ,  $BX$  encontra o lado  $AC$  em  $Q$  e  $CX$  encontra o lado  $AB$  em  $R$ , mostre que  $R$  está entre  $A$  e  $B$  e que  $AR$  é o triplo de  $RB$ , sabendo que  $\frac{BP}{PC} = \frac{2}{3}$ ,  $\frac{CQ}{QA} = \frac{1}{2}$ .
- Considere o  $\triangle ABC$  com vértices  $A(3,4)$ ,  $B(5,0)$ ,  $C(0,0)$  e pontos  $P(3,0)$ ,  $R(4,2)$ . Seja  $X$  a intersecção das rectas  $AP$  e  $CR$ . Determine:
  - A intersecção das rectas  $BX$  e  $AC$  (ponto  $Q$ ).
  - Em que razão é que o ponto  $Q$  divide o segmento  $AC$ ?



3. (a) O que é o plano projectivo real,  $\mathbb{RP}^2$ ?  
 (b) O que é um Ponto?  
 (c) O que são coordenadas homogéneas?  
 (d) O que é uma Recta?
4. Determine o ponto projectivo determinado pelas rectas projectivas definidas, respectivamente, pelos pares de Pontos  $[1, 2, 1]$ ,  $[0, 1, 2]$  e  $[-1, 2, 0]$ ,  $[1, 1, 1]$ .
5. Determine a imagem da Recta  $x + 2y + 3z = 0$  pela transformação projectiva  $t : [x, y, z] \mapsto [y, x - z, y + z]$ .
6. (a) Enuncie o Teorema Fundamental da Geometria Projectiva.  
 (b) Existe alguma transformação projectiva  $t$  tal que  $t : [1, 0, -3] \mapsto [3, -5, 3]$ ,  $t : [1, 1, -2] \mapsto [1, -2, 0]$ ,  $t : [3, 3, -5] \mapsto [3, -5, 6]$ ,  $t : [6, 4, -13] \mapsto [8, -13, 12]$ ? Se responder afirmativamente determine  $t$ , caso contrário justifique a sua resposta.
7. Determine a distância do carro ao cruzamento sabendo que, na foto aérea, a placa que sinaliza "cruzamento a 3 km" está a 6 cm da imagem do cruzamento, a placa "cruzamento a 2 km" está a 4 cm do cruzamento e a imagem do carro está a 1 cm do cruzamento.

