Alcuíno de Yorque
(735-804)

Alcuin of York was born into a high ranking family who lived near the East Coast of England. He was sent to York where he became a pupil at York cathedral school.

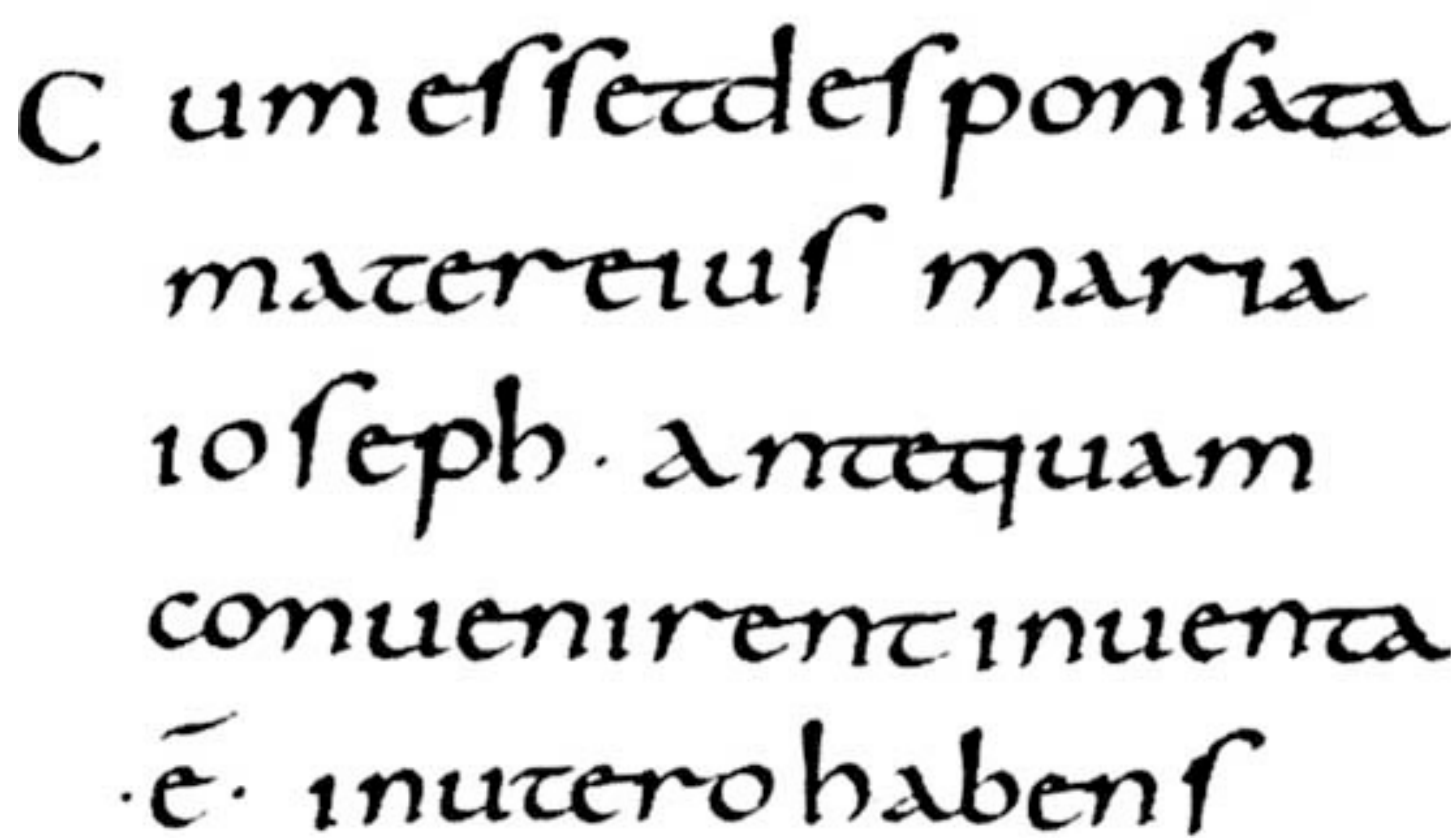
In 781 Alcuin accepted an invitation from Charlemagne to go to Aachen to a meeting of the leading scholars of the time. Following this meeting, he was appointed head of Charlemagne's Palace School at Aachen and there he developed the Carolingian minuscule, a clear script which has become the basis of the way the letters of the present Roman alphabet are written.

Carlos Magno (*ca.* 742 - 28 de janeiro de 814) foi o rei dos francos desde 768, rei de Itália desde 774 e imperador do ocidente (*Imperatur Romanorum*) de 800 até a sua morte em 814. Expandiu o Reino Franco até que ele se tornasse o Império Carolíngio, que incorporou a maior parte da Europa Ocidental e Central. Durante o seu reinado conquistou foi coroado *Imperator Augustus* pelo papa Leão III em 25 de dezembro de 800.

Para unificar e fortalecer o seu império, Carlos Magno decidiu executar uma reforma na educação. O monge inglês Alcuíno elaborou um projeto de desenvolvimento escolar que buscou reviver o saber clássico estabelecendo os programas de estudo a partir das sete artes liberais: o *trivium*, ou ensino literário (gramática, retórica e dialética) e o *quadrivium*, ou ensino científico (aritmética, geometria, astronomia e música). A partir do ano 787, foram emanados decretos que recomendavam, em todo o império, a restauração de antigas escolas e a fundação de novas. Institucionalmente, essas novas escolas podiam ser *monacais*, sob a responsabilidade dos mosteiros; *catedrais*, junto à sede dos bispados; e *palatinas*, junto às cortes.

Essa reforma ajudou a preparar o caminho para o Renascimento do Século XII. O ensino da dialética (ou lógica) foi fazendo renascer o interesse pela indagação especulativa, dessa semente surgiria mais tarde a filosofia cristã da escolástica; e nos séculos XII e XIII, muitas das escolas que haviam sido fundadas nesse período, especialmente as *escolas catedrais*, ganharam a forma de universidades medievais.

The development of Carolingian minuscule had, although somewhat indirectly, a large impact on the history of mathematics. It was a script which was much more readable than the old unspaced capital script which was in use before this and, as a consequence, most of the mathematical works were freshly copied into this new script in the 9th century. Most of the works of the ancient Greek mathematicians which have survived do so because of this copying process and it is the 'latest' version written in minuscule script which has survived.



Propositiones ad acuendos iuvenes

Problemas para exercitar os jovens.
Uma colecção de problemas, com soluções.

Importante (também) para a história de problemas particulares

Problema 2

Um certo homem caminhando numa rua viu outros homens caminhando na sua direcção, e disse-lhes: “Se houvesse outros tantos como os que vocês são agora, e depois metade de metade destes fossem adicionados, e depois metade deste número fosse adicionado e comigo vocês serão 100 homens.” Quantos homens viu o homem?

$2x + {}^{x}/_{2} + {}^{x}/_{4} + 1$
$= 100.$

So $x = 36$.

3Puzzle of the two men and the storks.

Two men were walking along the street when they saw some storks. They asked each other, "How many storks are there?" Their discussion went as follows: "Suppose the number of storks was doubled, then the original number added again, and then half of a third of this sum were added. Then, together with another two, they would number 100*." How many storks did the men see?*

$$2x + x + {}^{3x}/_{6} + 2 = 100.$$

So $x = 28$.

Problema 4

Um certo homem viu alguns cavalos a pastar num campo e disse com invejosa: Oh, se fossem meus, e se fossem duplicados em número, e se metade da metade destes [fossem adicionados]. Teria, certamente, 100 cavalos. Quantos cavalos é que o homem viu, inicialmente, a pastar?

$2x + {}^{2x}/_{4} = 100.$

So $x = 40$.

Problema 5

Um certo comprador disse: “Quero comparar 100 suínos com 100 *denarii* de tal forma que um porco seja comprado por 10 *denarii*; uma porca por cinco *denarii* e dois leitões por um *denarii*”. Quantos porcos, porcas e leitões haverá de tal forma que não haja nem a mais nem a menos de ambos, porcos e denarii?

Suppose the farmer buys x boars, y sows, and z pairs of piglets. Then

$$x + y + 2z = 100, \text{ and } 10x + 5y + z = 100.$$

From the second equation we see that z must be divisible by 5 so write $z = 5t$. Then

$$x + y + 10t = 100, \text{ and } 2x + y + t = 20.$$

The first equation gives $t < 10$ but, subtracting the equations gives $-x + 9t = 80$ and so $t \geq 9$ (since $9t > 80$). Hence $t = 9$, $x = 1$ and $y = 9$.

Problema 11

Se cada um de dois homens casa com a irmã do outro, qual é o parentesco entre os filhos de cada casal?

The sons are cousins twice over, each having a parent who is sibling to a parent of the other, in two ways.

Puzzle of two men marrying each other's mother.

Se cada um de dois homens casa com a mãe do outro, qual é o parentesco entre os filhos de cada casal?

Let *A* and *B* be the two men who marry each other's mother. Then suppose that the sons of these two marriages are *S* and *T*. Then *S*'s father is *A* and *B* is his half-brother. Similarly *T*'s father is *B* and *A* is his half-brother. *S* and *T*, the two sons, are therefore both uncle and nephew to each other.

Problema 12

Um certo pai morreu e deixou como herança para os seus três filhos 30 vasilhas de vidro, das quais 10 estavam cheias de óleo; outras 10 meias cheias, enquanto que outras 10 estavam vazias. Deixe-o dividir, ao que pode, o óleo e os frascos de tal forma que cada um dos três filhos receba uma parte igual dos bens, tanto do óleo como das vasilhas.

5 cheias e 5 vazias
10 meias
5 cheias e 5 vazias

Problema 16

Dois homens conduziam bois ao longo de uma estrada, quando um disse ao outro: “Dá-me dois bois e eu terei tantos bois como tu”. Após a transacção, o outro disse: “Dá-me dois bois e eu terei o dobro dos que tu tens”. Quantos bois havia e quantos é que cada homem tinha?

$x + 2 = y - 2$ and $2(x + 2 - 2)$
$= y - 2 + 2$.
Substitute $2x = y$ into the first equation to get $x = 4$ so $y = 8$.

Problema 17

Havia três homens, cada um tendo uma irmã solteira, que precisavam de atravessar um rio. Ao chegar ao rio, encontraram um pequeno barco no qual, de cada vez, só podiam atravessar o rio duas pessoas. Como é que atravessaram o rio, de forma a que nenhuma das irmãs seja deixada na companhia de outro homem, nem numa margem, nem no barco?

```
M1, M2, M3, S1, S2, S3 =-----
 M2, M3, S2, S3          -----= M1, S1
 M2, M3, S2, S3, M1      =----- S1
 M2, M3, M1              -----= S2, S3, S1
 M2, M3, M1, S1          =----- S2, S3
 M1, S1                  -----= M2, M3, S2, S3
 M1, S1, M2, S2          =----- M3, S3
 S1, S2                  -----= M1, M2, M3, S3
 S1, S2, S3              =----- M1, M2, M3
 S2                      -----= S1, S3, M1, M2, M3
 S2, M2                  =----- S1, S3, M1, M3
                         -----= S2, M2, S1, S3, M1, M3

esta é do A. Há solução em 9.
```

Problema 18

Um lobo, uma cabra e uma couve têm de atravessar um rio num barco que transporta um de cada vez, mais o remador. Como é que o remador os levará para o outro lado de forma que a cabra não coma a couve e o lobo não coma a cabra?

```
W, G, C, M =------
 W, C         ------= M, G
 W, C, M      =------ G
 C            ------= M, W, G
 C, G, M      =------ W
 G            ------= M, C, W
 G, M         =------ C, W
              ------= M, G, C, W
```

Problema 19

Um homem e uma mulher, cada um pesando um carro carregado, que tinham dois filhos, cada um pesando um pequeno carro, precisavam de atravessar um rio. No entanto, o barco em que o atravessaram podia levar apenas o peso de um carro. Deixe-o descobrir [uma forma] de atravessar o rio de maneira a que o barco não se afunda.

```
M, W, C1, C2 =-----
 M, W          -----= C1, C2
 M, W, C1      =----- C2
 M, C1         -----= W, C2
 M, C1, C2     =----- W
 M             -----= C1, C2, W
 M, C1         =----- C2, W
 C1            -----= M, C2, W
 C1, C2        =----- M, W
               -----= C1, C2, M, W
```

Problema 32

Um certo chefe de família tem 20 servos. Ordenou que lhes dessem 20 *modia* de cereal da seguinte forma: os homens deveriam receber três *modia*, as mulheres duas e as crianças meia *modium*. Quantos homens, mulheres e crianças havia?

$$x + y + z = 20 \text{ and } 6x + 4y + z = 40.$$

Subtract the first equation from the second to obtain $5x + 3y = 20$. Hence y is divisible by 5, and since it must be less than 7 (since 3 times 7 is greater than 20) we must have $y = 5$. Then $x = 1$ and $z = 14$ so there is 1 man, 5 women and 14 children who are servants in the household.

Problema 52

Um certo chefe de família ordenou que 90 *modia* de cereal fossem levadas de uma casa para outra a 30 léguas de distância. Dado que esta carga de cereal pode ser transportada por um camelo em três viagens, e que o camelo come uma *modium* por légua. Diz, aquele que quer, quantas *modia* ficaram [no final do transporte]?

This is a nice puzzle. It appears at first that nothing will be left. The camel can carry 30 measures of grain per trip and will eat all 30 measures by the time it reaches the second house. But this is not the way the transporting is done. Alcuin gives a solution in which the camel makes three trips to a point 20 leagues from the start and moves the grain to here at a cost of 60 measures. Then one final camel trip of 10 leagues is used to move the remaining 30 measures at a cost of 10 measures. Thus there are 20 measures left at the end.

In fact one can do better. Move all the grain to a spot 10 leagues from the start (three camel trips at a cost of 30 measures) then move the remaining grain to a spot 25 leagues from the start (two camel trips at a cost of 30 measures) and then move the remaining 30 measures to the end (one camel trip at a cost of 5 measures). Then there are 25 measures left at the end.

este é o problema do Pacioli!!!
Das maçãs de Borgo!