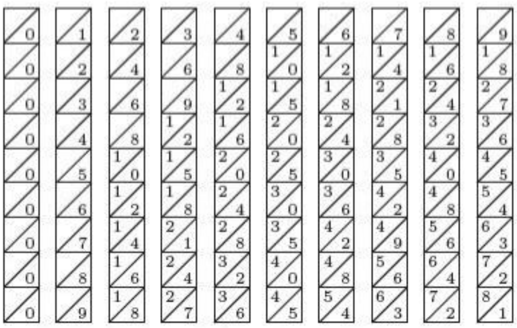
JORGE NUNO SILVA
Universidade de Lisboa
jnsilva@cal.berkeley.edu

O ÁBACO DE NAPIER

John Napier inventou um método de cálculo, usando um simples tabuleiro de xadrez, que foi ofuscado pelas suas outras criações. Descreveremos como operar no tabuleiro, seguindo de perto exemplos do próprio Napier.

De John Napier (1550-1617), o pai dos logaritmos, também são bem conhecidos os pauzinhos com números, utilizados para realizar operações aritméticas pelo método da gelosia, os Ossos de Napier.

Na obra em que Napier introduz este recurso de cálculo, "*Rabdologiæ*" (1617), descreve também como se pode usar um tabuleiro de xadrez e algumas peças para efectuar somas, subtracções, multiplicações, divisões e extracções de raízes quadradas!



Os Ossos de Napier

RABDOLOGIÆ,
SEV NVMERATIONIS
PER VIRGULAS
LIBRI DVO:
Cum APPENDICE de expeditissimo MVLTIPLICATIONIS PROMPTVARIO.
Quibus accessit & ARITHMETICÆ LOCALIS LIBER VNVS.
John Napier (1550-1617)
Authore & Inventore IOANNE NEPERO, Barone MERCHISTONII, &c. SCOTO.
EDINBVRGI,
Excudebat Andreas Hart. 161

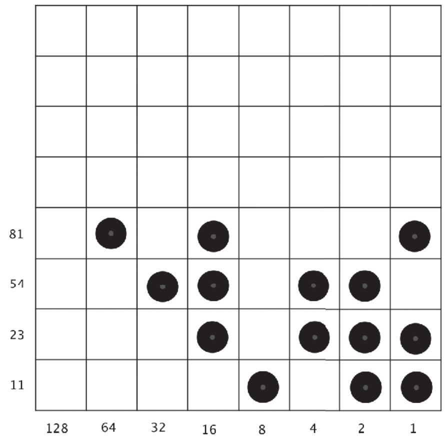
138 ARITHM. LOCALIS.

calculi areales figuram quadrangularem exactè referentes quæsitum multiplum, seu productum optatum designant: quod abbreviatione, translatione, & reductione manifestè patebit.

Vt sint multiplicanda 19 (quæ translata fiunt a b e) in 13: quæ translata fiunt a c d. Calculis aut cretâ signentur a b e, vel sui numeri 1, 2, 16, in infimo & sinistro margine ♈ ♉: a c d verò, vel sui numeri 1, 4, 8, in dextro ♈ ♋ signentur, ut infrà. Deinde omnes communes anguli inter sinistras notas a b e, vel 1, 2, 16, & dextras a c d, vel 1, 4, 8, signentur calculis in area depositis, & figuram quadrangularem appositam referent. Abstractis igitur calculis marginalibus, & deletis notis multiplica-

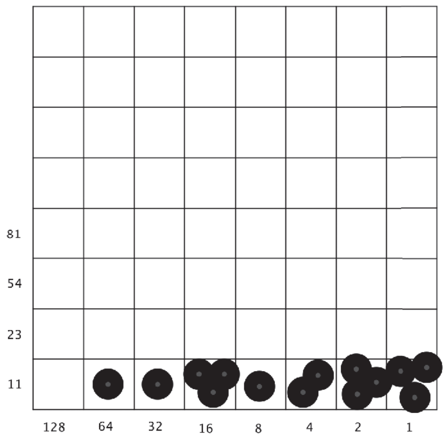
Para começar, devemos escrever os números em base 2.

Ilustremos a soma. Suponhamos que pretendemos calcular 11+23+54+81. Passar da notação binária para o tabuleiro é simples:



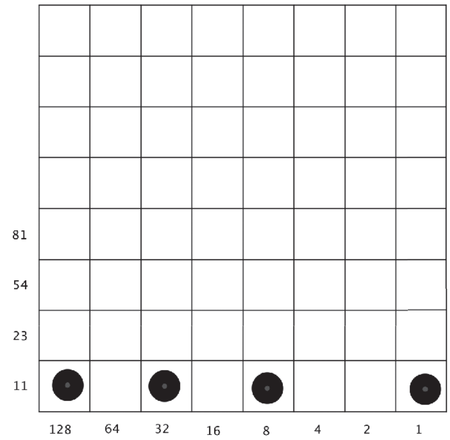
$11 + 23 + 54 + 81 = \ldots$

Basta agora baixar todas as peças em cada coluna, obtendo:



$11 + 23 + 54 + 81 = 64 + 32 + 3 \times 16 + 8 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 3 \times 1$

Agora, da direita para a esquerda, substitui-se cada par de peças numa casa por uma peça na casa imediatamente à esquerda (o "e vai um" em binário), obtendo-se a resposta na primeira linha, fácil de interpretar em base 2:

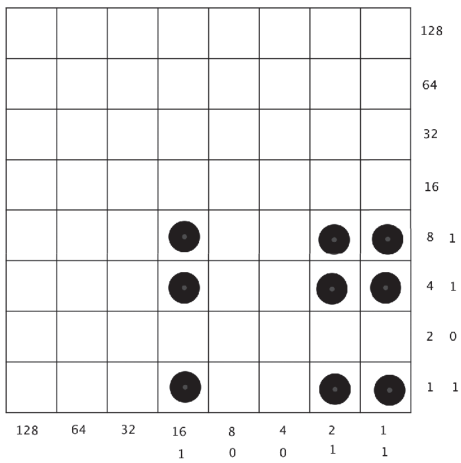


$11 + 23 + 54 + 81 = 169$

A subtracção usa processo semelhante.

Para efectuar uma multiplicação procede-se do seguinte modo: 1) marcam-se, com os coeficientes binários, os factores – um sob a primeira linha, o outro à direita do tabuleiro; 2) coloca-se uma peça em cada casa do tabuleiro que seja intersecção de linhas e colunas correspondentes a 1s dos factores, marcados no passo 1).

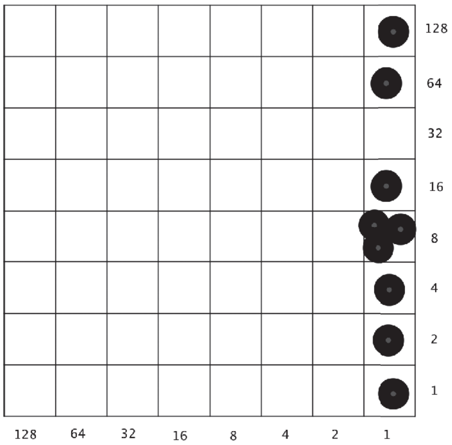
Antes de passarmos ao último passo, ilustremos com um exemplo: 13×19. Sob a primeira linha temos a representação de 19, (10.011) à direita, a de 13 (1011):

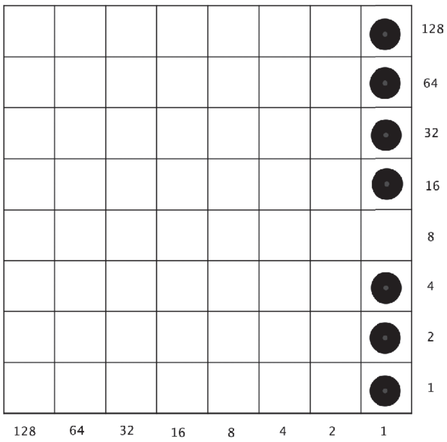


$13 \times 19 = \ldots$

3) desloquemos todas as peças, em diagonal, na direcção NE (para cima e para a direita) até atingirem a coluna da di-

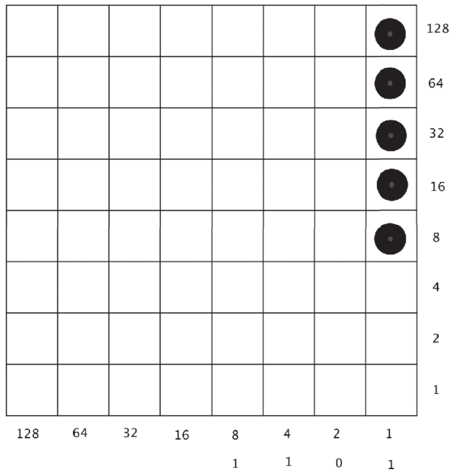
reita e simplifiquemos, trocando cada par de peças numa casa por uma peça na casa imediatamente acima. O resultado lê-se finalmente na coluna da direita.





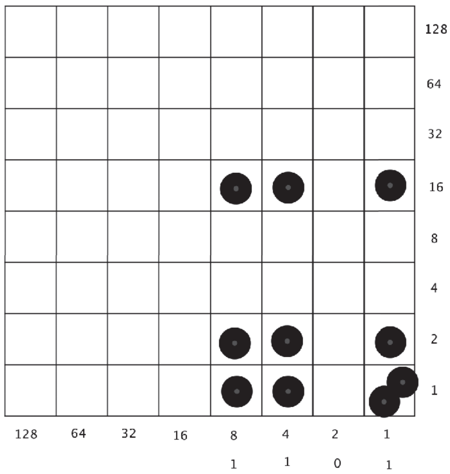
$$13 \times 19 = 247$$

Como a divisão é a operação inversa da multiplicação, começamos com o dividendo e o divisor e tentamos construir um padrão semelhante ao do algoritmo da multiplicação. Exemplifiquemos com $248 \div 13$. Representemos 248 na coluna da direita da forma habitual e 13 sob a primeira linha.



$$248 \div 13 = \ldots$$

Agora devemos tentar, movendo as peças da coluna da direita em diagonal na direcção SO (para baixo e para a esquerda), construir um padrão em que se repita o mesmo número, com peças somente nas colunas correspondentes aos 1s da representação binária de 13. Isto faz-se por tentativa e erro, começando com as peças de maior valor posicional. Pode recorrer-se a trocas de uma peça por duas na casa imediatamente abaixo. Após algumas tentativas, chegamos à situação seguinte:



$248 \div 13 = 19$ e o resto é 1

Reconhece-se que, a menos de uma peça a mais no canto inferior direito, a situação representada corresponde ao cálculo de 13×19, pelo que concluímos que 19 é o quociente procurado e o resto é 1.

A raiz quadrada fica para uma próxima oportunidade. . .