

Evolução do pensamento matemático
2006–2007
Problemas 1

Jorge Nuno Silva

1. *Represente cada um dos números seguintes na notação cuneiforme usada na Babilónia:*

1. 1000.
2. 10000.
3. 1234.
4. 12.345.
5. 1233.456.

2. *Exprima cada fracção em notação sexagesimal:*

1. $1/6$.
2. $1/9$.
3. $1/5$.

3. *Converta cada um dos seguintes números do sistema sexagesimal para o decimal:*

1. 1, 23, 45.
2. 12; 3, 45.
3. 0; 12, 3, 45.
4. 1, 23; 45.

4. *Multiplique 12, 3; 45 por 60.*

5. *Determine, em base 60, os recíprocos de 18, 32, 54, 64.*

6. *Multiplique 25 por 1, 04 e 18 por 1, 21. Divida 50 por 18 e 1, 21 por 32. Use o algoritmo habitual da multiplicação adaptado para a base 60.*

7. Usando o método egípcio, compute:

1. $18 \cdot 25$.
2. $26 \cdot 33$.
3. $85 \cdot 21$.
4. $184 \div 8$.
5. $19 \div 8$.
6. $61 \div 8$.
7. $(11 + \frac{1}{2} + \frac{1}{8}) \cdot 37$.

8. O problema número 30 do papiro de Rhind pede para determinar uma quantidade tal que $\frac{2}{3} + \frac{1}{10}$ dela é 10. Resolva esta questão como os egípcios antigos o teriam feito, seguindo os seguintes passos:

1. constate que $13 \cdot (\frac{2}{3} + \frac{1}{10}) = 9 + \frac{29}{30}$
2. determine qual a quantidade que multiplicada por $\frac{2}{3} + \frac{1}{10}$ dá 10.

9. 1. Mostre que

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{3} \frac{1}{n} + \frac{5}{3} \frac{1}{n}.$$

Logo $2/n$ pode ser representado como soma de frações unitárias sempre que n for divisível por 5.

2. Obtenha decomposições em frações unitárias para $2/25$, $2/65$, $2/85$.

10. 1. Mostre que

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{2} \frac{1}{n} + \frac{3}{2} \frac{1}{n}.$$

Logo $2/n$ pode ser representado como soma de frações unitárias sempre que n for divisível por 3.

2. Obtenha decomposições em frações unitárias para $2/21$, $2/75$, $2/99$.

11. 1. Mostre que

$$\frac{2}{mn} = \frac{1}{m} \frac{1}{k} + \frac{1}{n} \frac{1}{k}$$

onde $k = (m + n)/2$.

2. Obtenha decomposições em frações unitárias para $2/7$, $2/35$, $2/91$.

12. 1. *Mostre que*

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n}$$

e obtenha assim decomposição em fracções unitárias para $2/101$.

2. *O que é que faz o número 6 funcionar na alínea anterior? Para que outros valores vale um resultado semelhante?*

13. *Represente $3/7$, $4/15$, $7/29$ por somas de fracções unitárias usando*

1. *o método da separação.*

2. *o método de Fibonacci-Sylvester.*

14. *Alguns problemas do papiro de Rhind para resolver à moda do Egipto antigo:*

1. *Uma quantidade e $1/2$ dela somam 16. Qual é essa quantidade?*

2. *Uma quantidade e $1/4$ dela somam 15. Qual é essa quantidade?*

3. *Uma quantidade e $1/5$ dela somam 21. Qual é essa quantidade?*